

Computergrafik

Vorlesung im Wintersemester 2024/25

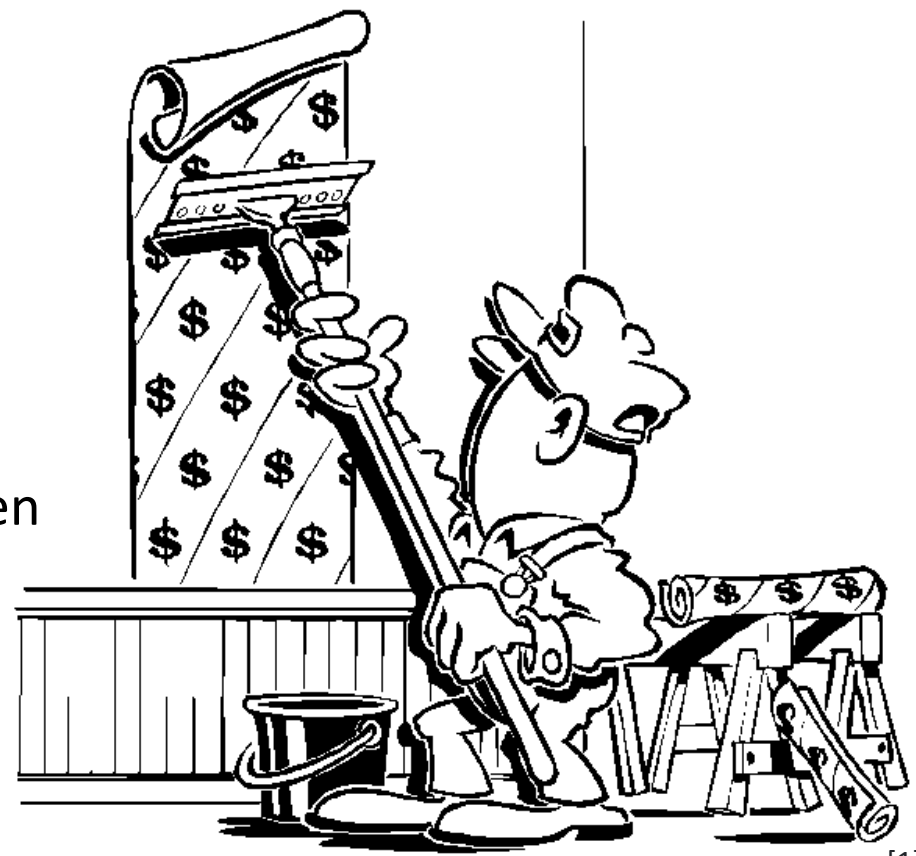
Kapitel 4: Texture Mapping

Prof. Dr.-Ing. Carsten Dachsbacher
Lehrstuhl für Computergrafik
Karlsruher Institut für Technologie



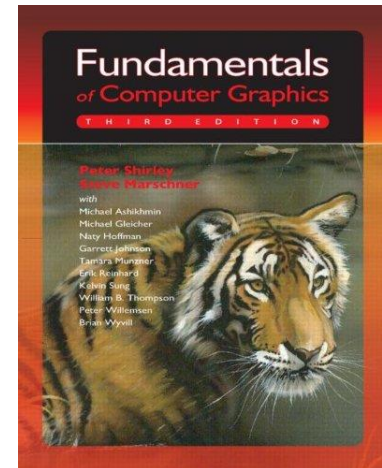
Inhalt

- ▶ Einführung, Texturquellen
- ▶ Abbildung, Parametrisierung, Texturkoordinaten
- ▶ Filterung von Texturen
- ▶ Texturen und Beleuchtungstechniken
- ▶ Environment-Mapping und bildbasierte Beleuchtung
- ▶ Shadow Mapping



[1]

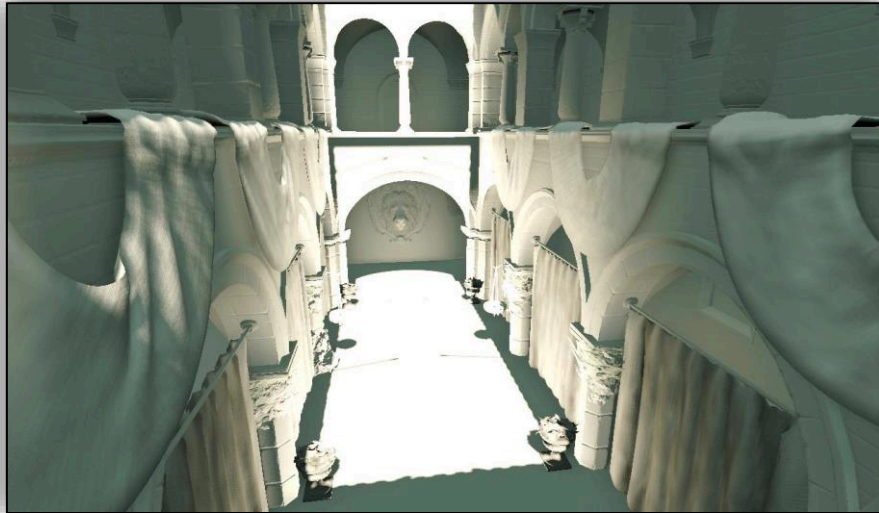
- ▶ **Fundamentals of Computer Graphics,**
P. Shirley, S. Marschner, 3rd Edition, AK Peters
→ Kapitel 9 (Signal Processing)
→ Kapitel 11 (Texture Mapping)



[2]

Grundidee

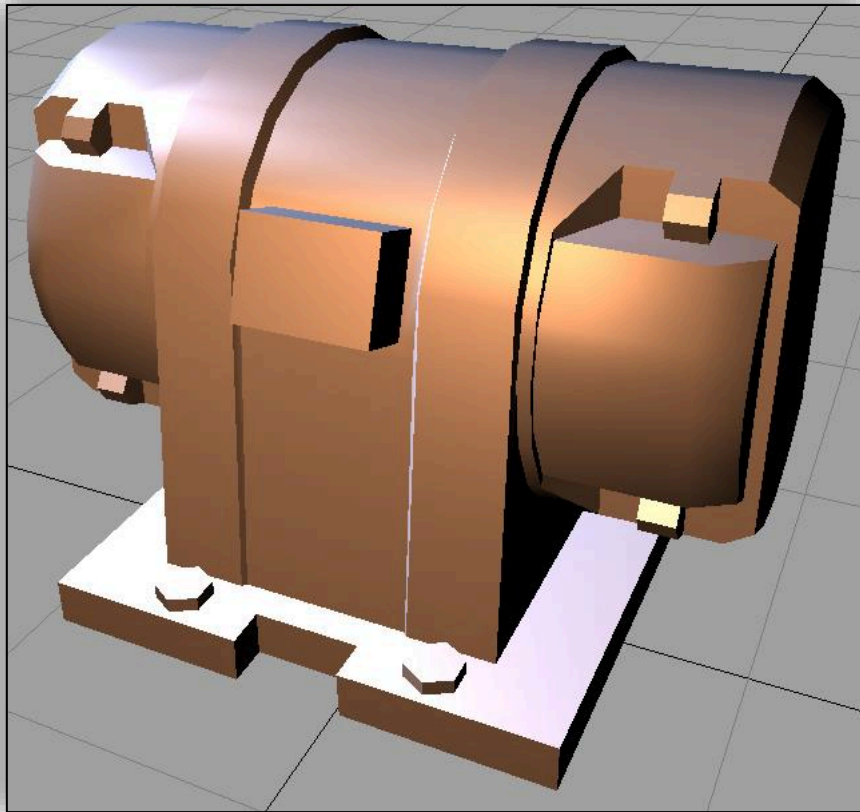
- ▶ realistischeres Aussehen einer Oberfläche kann man durch „Feinstrukturierung pro Pixel“ erreichen
- ▶ kombiniere Geometrie mit Bildern
- ▶ dadurch erreicht man einfach hohe Detailgrade, auch mit größeren Netzen



Was können wir mit den (Farb-)Werten aus Texturen tun?

- ▶ Bsp. Kontrolle der Parameter des Phong-Beleuchtungsmodells (blau eingefärbt):

$$I = k_a \cdot I_L + k_d \cdot I_L \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) + k_s \cdot I_L \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{V})^n$$



Texturierungstechniken

▶ klassisches Texture Mapping

- ▶ Reflexionseigenschaften: Farbe, div. Koeffizienten, Transparenz

▶ Bump Mapping oder Normal Mapping

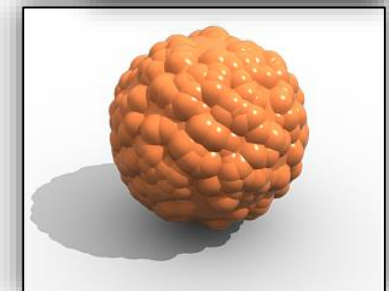
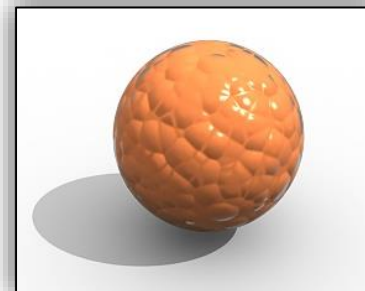
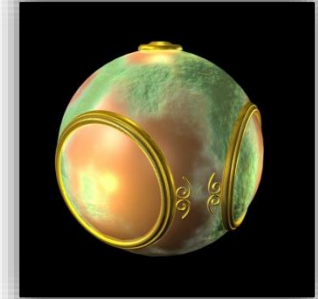
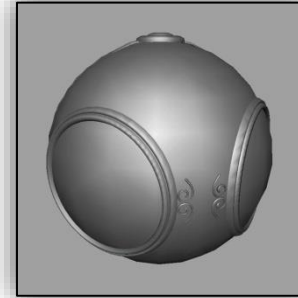
- ▶ Veränderung der Normalen für die Beleuchtungsberechnung

▶ Beleuchtung

- ▶ Environment Mapping (auch Reflection Mapping)
- ▶ Shadow Mapping, Light Maps

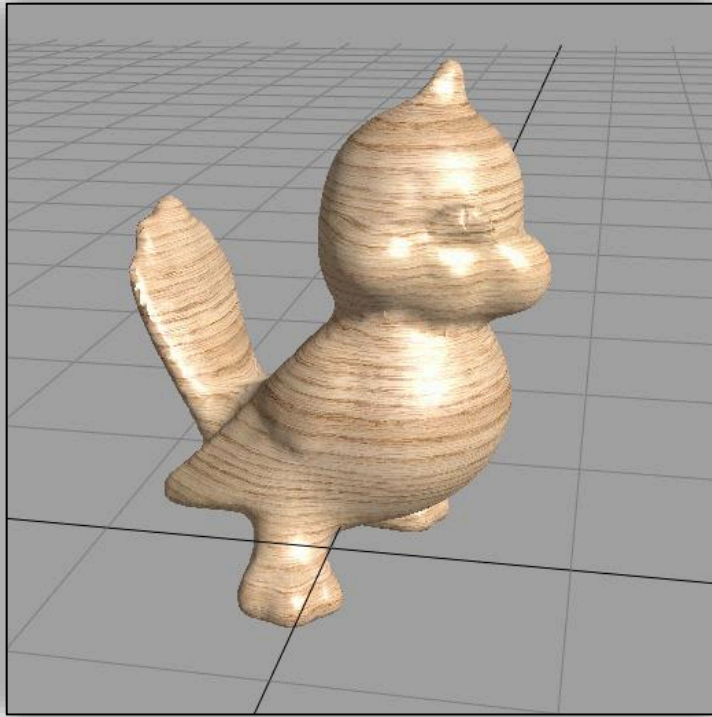
▶ Displacement Mapping

- ▶ tatsächliche Veränderung der Geometrie/von Flächen durch Verschiebung



2D Texture Mapping

Wie wird einem Punkt auf der Oberfläche eine Stelle in der Textur zugeordnet?



Position \mathbf{x} , Normale \mathbf{n}_x ,

Position in Kamerakoordinaten \mathbf{x}_{cam} ,

Reflexionsvektor \mathbf{r}_x , ...



Texturkoordinate (s, t)

(manchmal auch mit (u, v)
bezeichnet)



Mapping: Beispiele

- ▶ hat man eine Abbildung von Oberfläche zu Textur, dann kann man diese Parametrisierung oft noch anderweitig nutzen!
- ▶ Bsp. Beleuchtung und Streuung des Lichts unter der Haut im 2D-Texturraum approximieren

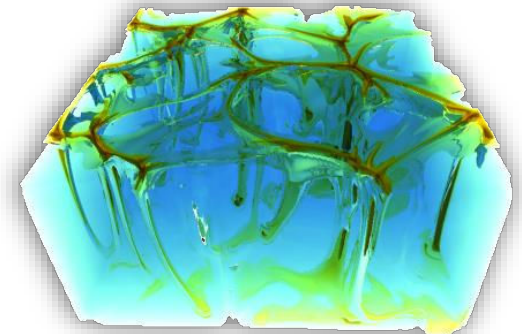


Matrix: Reloaded, Sketch SIGGRAPH 2003[4]

Textur-Quellen

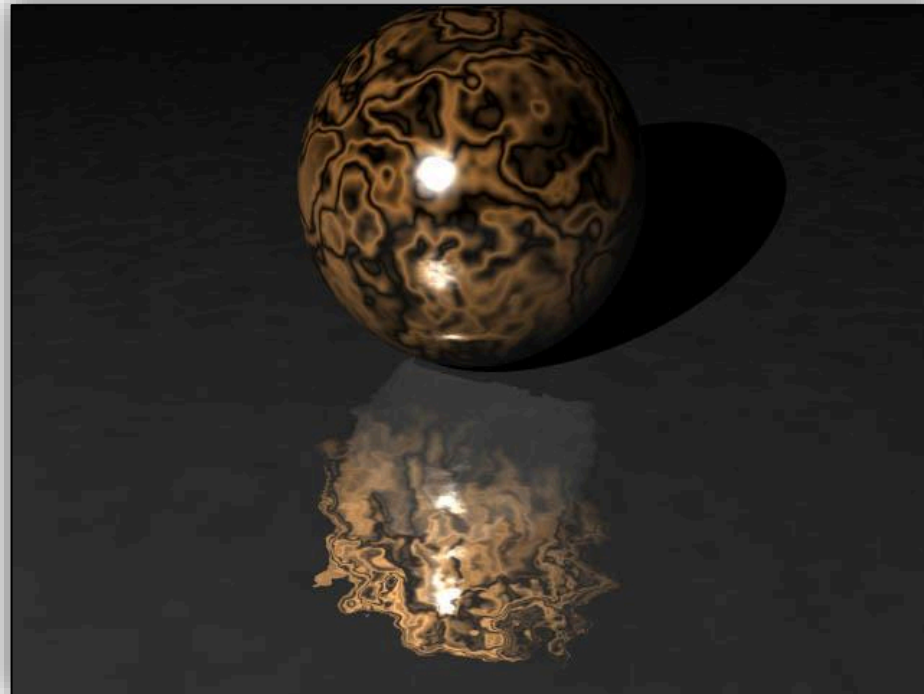
Texturen aus Bildern (Fotos, Simulationen, Videos, ...)

- ▶ Texturen sind (meist) Rasterbilder bestehend aus **Texels** (Texture Elements, vgl. Pixel)
- ▶ oft einfache Erstellung oder Akquisition
 - ▶ 1D-Texturen (z.B. Farbtabellen)
 - ▶ 2D-Texturen (Fotografie, berechnet, aus Bildbearbeitungsprogramm)
- ▶ hoher Speicherbedarf bei vielen, großen Texturen
 - ▶ Texturkompression: blockweise, typ. 4×4 Texel-Blöcke (bei 2D), 4:1 oder 8:1 Kompression
- ▶ 3D-Textur aus prozeduraler Auswertung und aus einer Simulation (rechts Mitte/unten)



Prozedurale Texturen durch Algorithmen (in sog. Shader)

- ▶ direkte Auswertung oft zur Laufzeit möglich → geringer Speicherbedarf
- ▶ große Auswahl an Algorithmen für Holz, Stein/Marmor, Wolken, ... (i.A. natürliche, „stochastische“ Texturen)
- ▶ im Prinzip unbeschränkte Auflösung, optimale Genauigkeit
- ▶ (manchmal) nicht-triviale Programmierung und Filterung



Textur-Quellen – Ausblick auf Forschungsarbeiten

Vektorgrafik/Diffusion für Texturen (wenig praxisrelevant in Bildsynthese)

- ▶ ebenfalls Auswertung zur Laufzeit möglich → wenig Speicherbedarf
- ▶ im Prinzip unbeschränkte Auflösung
- ▶ nicht-triviale Programmierung und Filterung

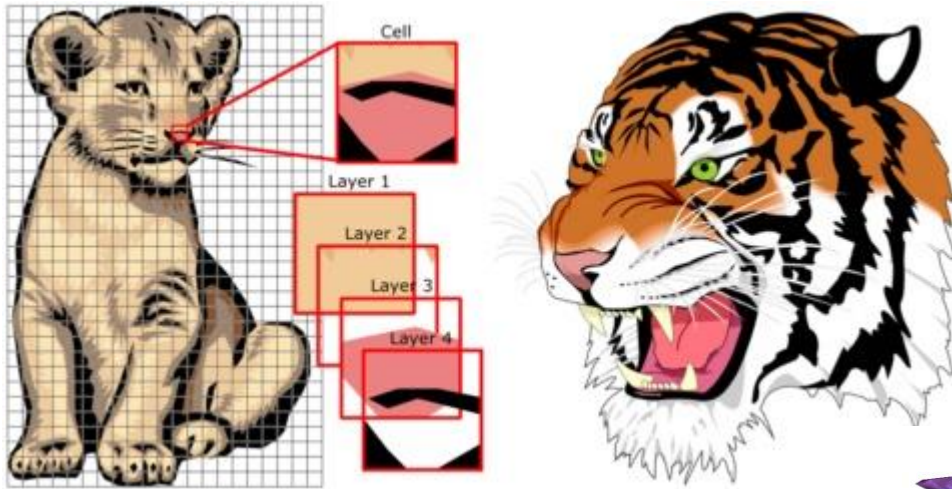
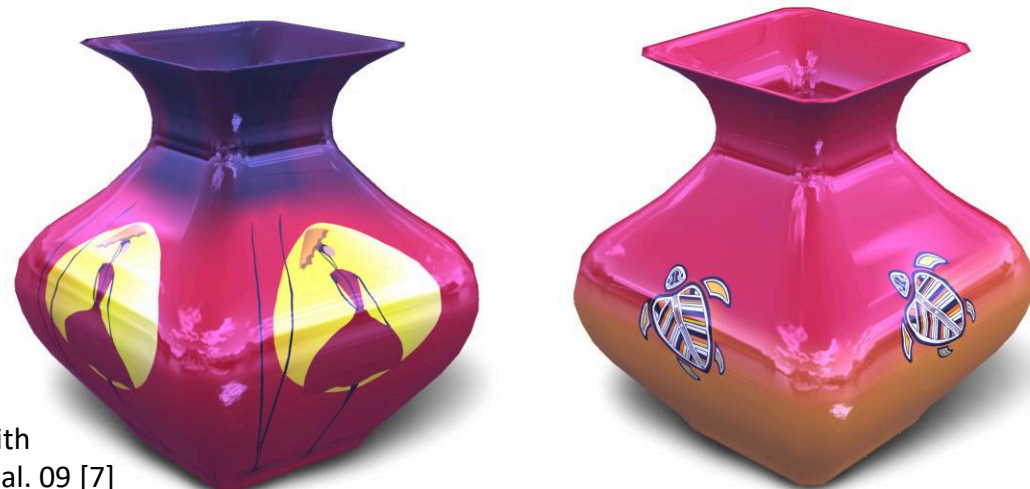


Bild: Random-access rendering of general vector graphics,
D. Nehab und H. Hoppe 08 [6]



Rendering Surface Details with
Diffusion Curves, Jeschke et al. 09 [7]

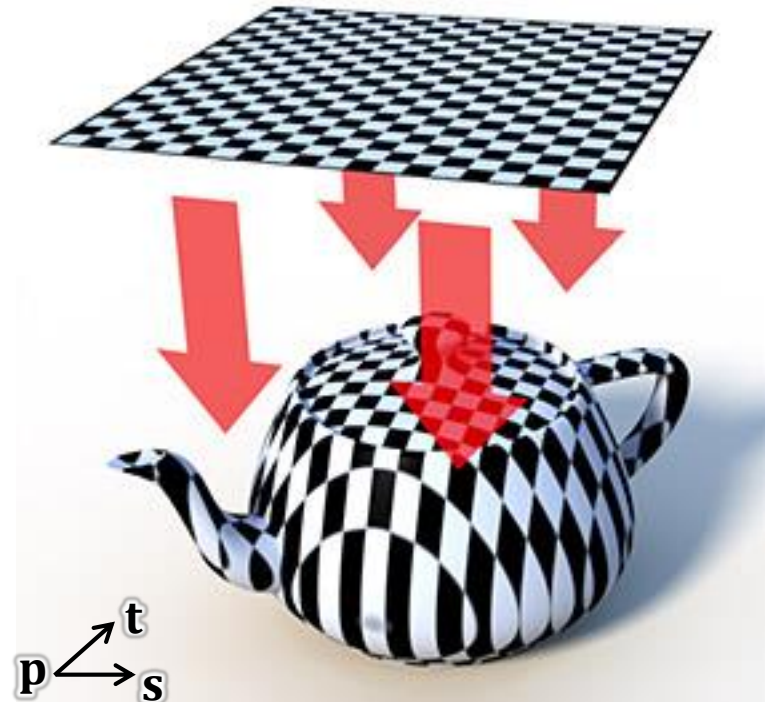
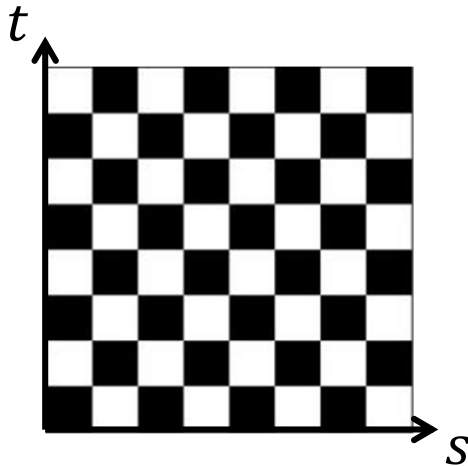
- ▶ wie kommen 1D/2D-Texturen auf Objekte?
 - ▶ oder: welche Möglichkeiten der Parametrisierung gibt es?
 - ▶ Körper mit natürliche Parametrisierung (Ebene, Kugel, Zylinder, ...)
 - ▶ Abbildung über Hilfskörper
 - ▶ viele weitere Parametrisierungen bei speziellen Anwendungen

- ▶ wie speichert man die Parametrisierung?
 - ▶ spezifizieren der Berechnungsvorschrift
 - ▶ explizites Speichern von Texturkoordinaten

Mapping von 2D-Texturen

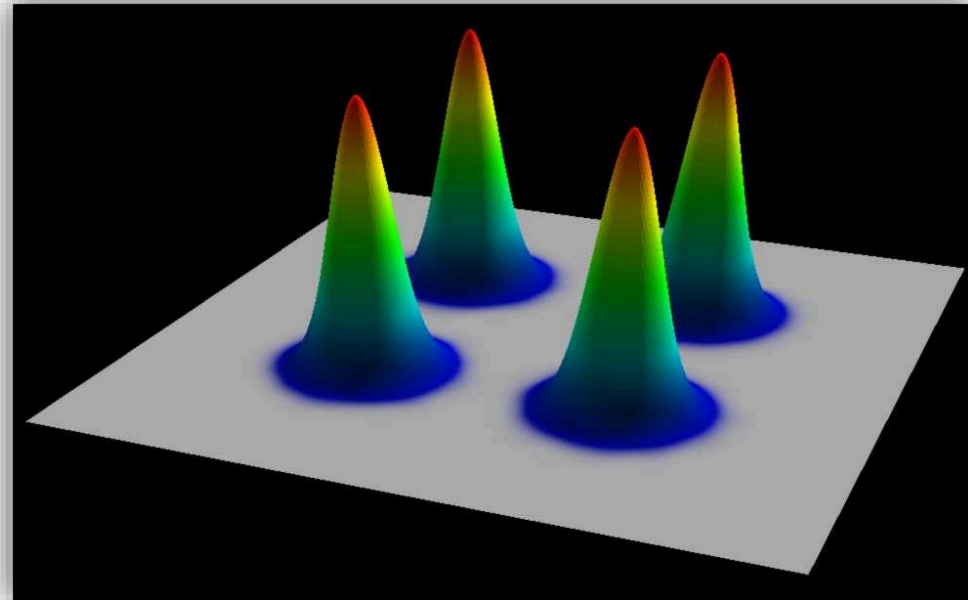
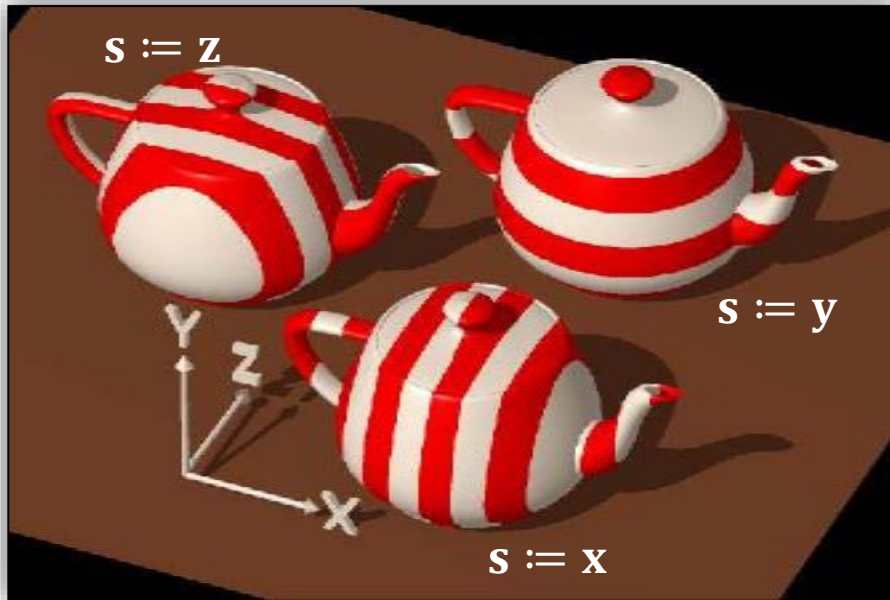
Planare Projektion

- ▶ definiere Ebene, z.B. durch einen Punkt \mathbf{p} und zwei aufspannende Vektoren \mathbf{s}, \mathbf{t}
- ▶ Texturkoordinaten eines Oberflächenpunkts \mathbf{x}
 $s = (\mathbf{x} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{s}$
 $t = (\mathbf{x} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{t}$
- ▶ der Bereich $[0,1]^2$ repräsentiert die ganze Textur → **Unabhängigkeit von der tatsächlichen Auflösung**



Mapping von 1D-Texturen

- ▶ Parameter einer Linie, Höhe, Temperatur, ...
 - ▶ z.B. Texturkoordinate $s = (\mathbf{x} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{s}$
 - ▶ links: Parameter entlang einer der drei Achsen
 - ▶ rechts: 1D-Textur entlang der vertikalen Achse

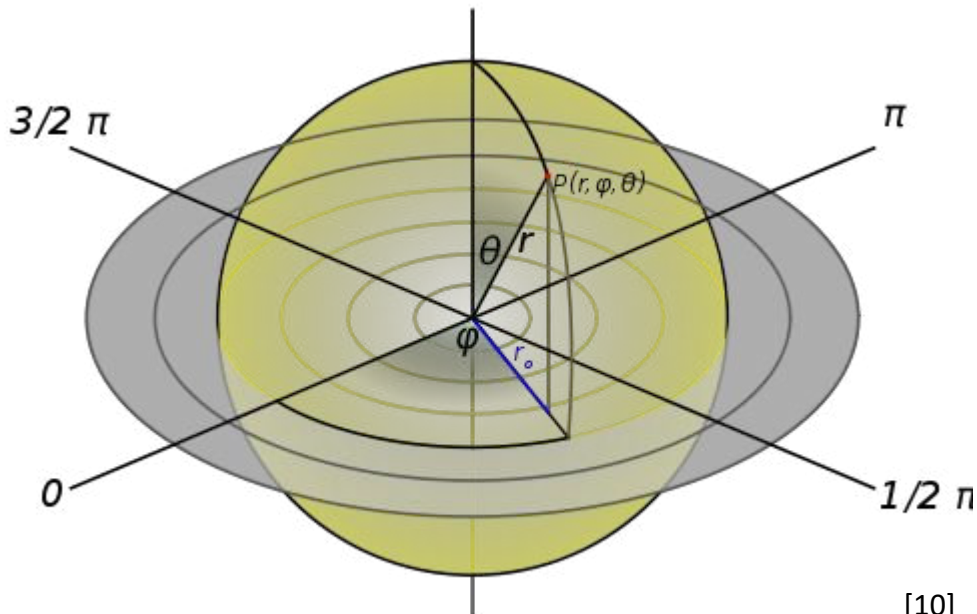
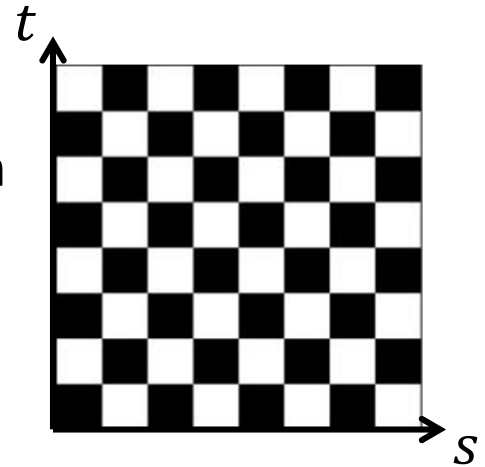


[40]

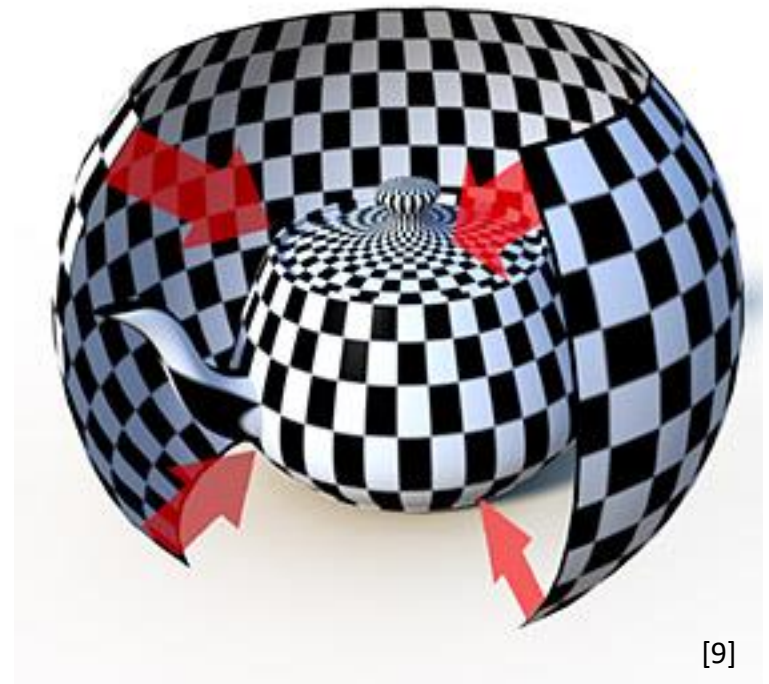
Kugel-Parametrisierung

- ▶ Punkte auf der Oberfläche einer Kugel im Ursprung lassen sich mit Polarkoordinaten (r, ϕ, θ) ausdrücken
- ▶ die zwei Winkel werden für den Zugriff auf eine 2D-Textur verwendet:

$$\text{Texturkoordinaten} \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \phi/2\pi \\ \theta/\pi \end{pmatrix}$$



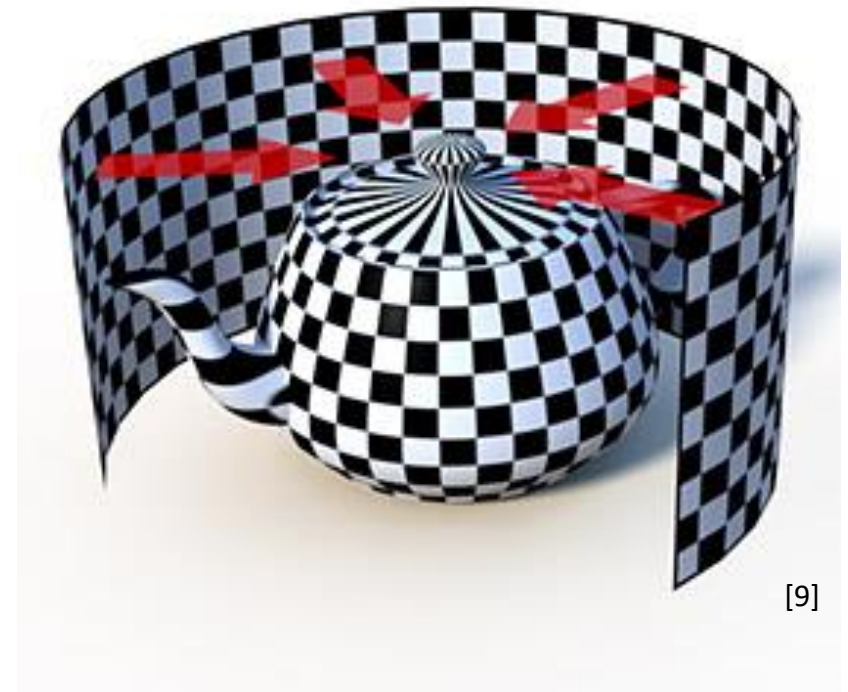
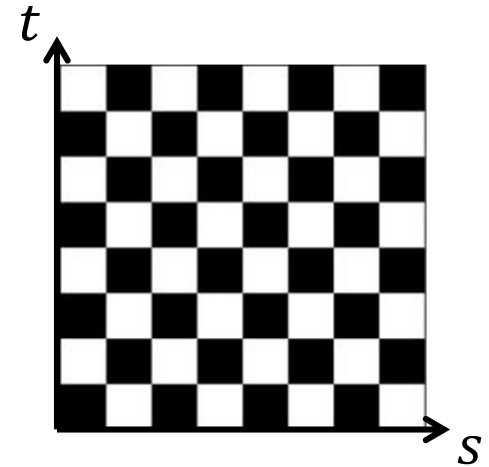
[10]



[9]

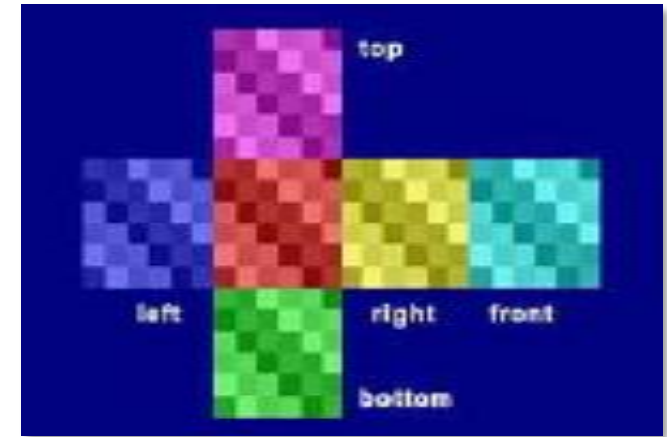
Zylindrische Parametrisierung

- ▶ Punkte auf der Oberfläche in Zylinderkoordinaten (r, ϕ, y)
- ▶ Texturkoordinaten $\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \phi/2\pi \\ y/h \end{pmatrix}$
- ▶ beachte: wie schon bei der Kugelparametrisierung starke Verzerrungen der Textur

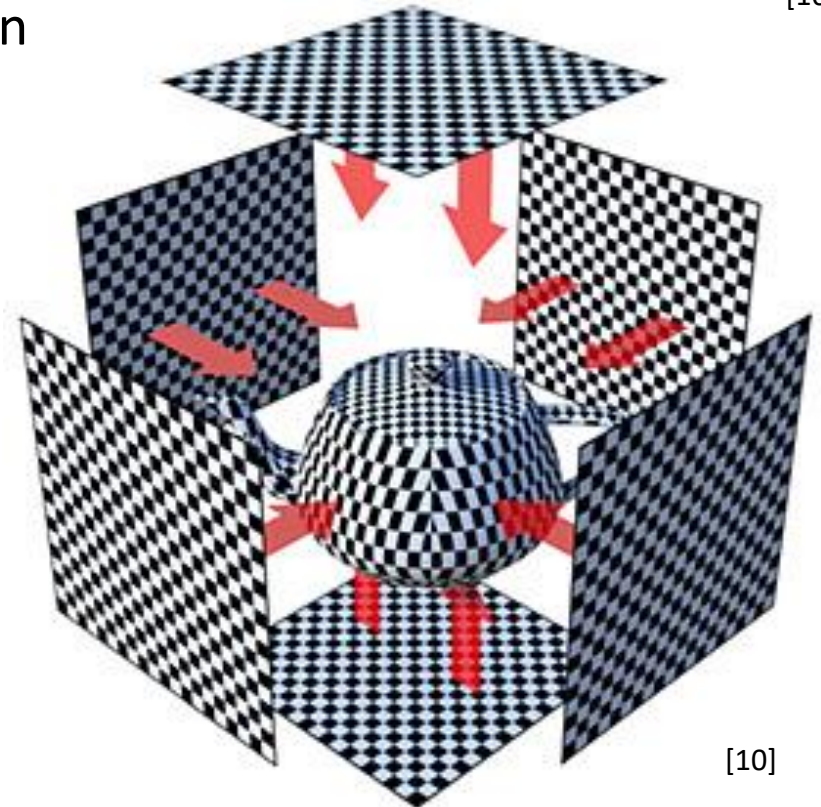


Würfel-Parametrisierung

- ▶ mehrere mögliche Abbildungen:
 - ▶ Projektion von 6 Ebenen je nach Oberflächennormale (Bild), oder
 - ▶ lese die Würfeltextrur dort aus, wo ein Strahl vom Objektmittelpunkt durch einen Oberflächenpunkt einen umgebenden Würfel schneidet
 - ▶ oder ...



[10]

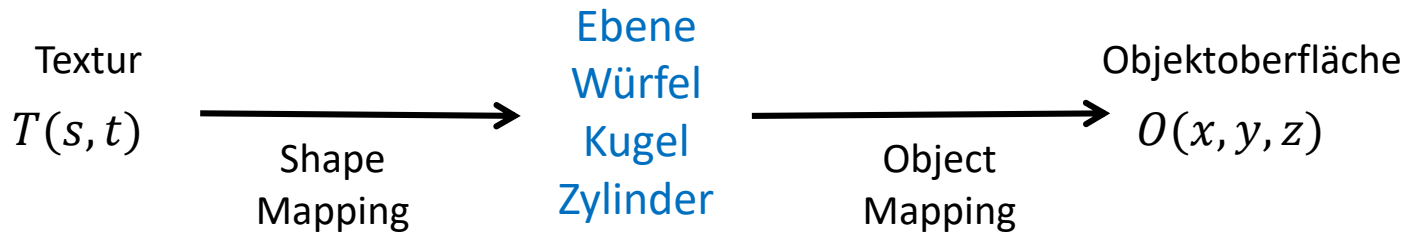


[10]

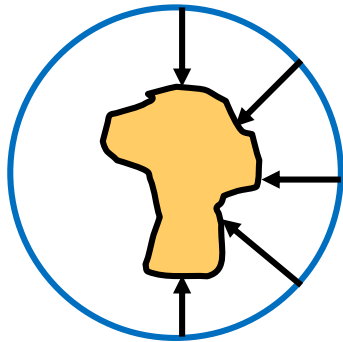
Standardkörper mit natürlicher Parametrisierung

Texturierung beliebiger Objekte durch einfache Parametrisierungen

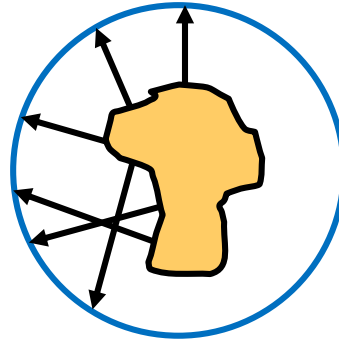
- ▶ allg.: verwende Standardkörper als Zwischenschritt bzw. Hilfsfläche



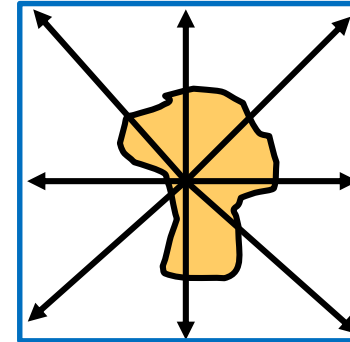
- ▶ mögliche Abbildungen zw. Objektpunkt und Standardkörper:



Normale der Hilfsfläche
→ Oberfläche



Normale der Oberfläche
→ Hilfsfläche

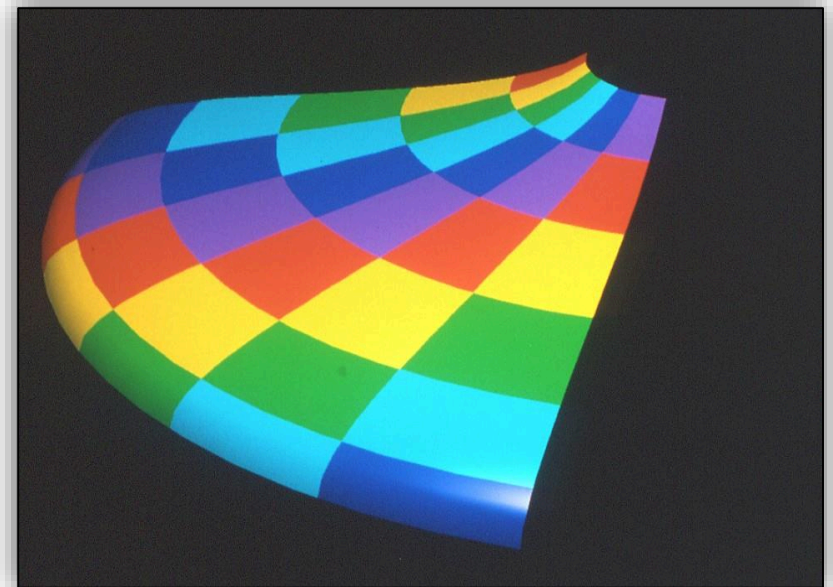
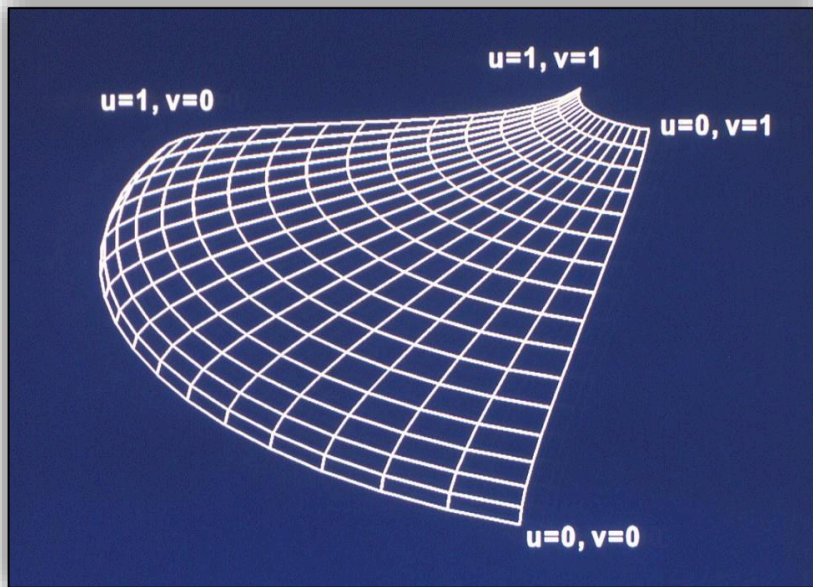


Linie durch Mittelpunkt

- ▶ i.A. Teile der Textur mehrfach auf der Oberfläche abgebildet!

Flächenparameter als Texturkoordinaten

- ▶ Beispiel parametrische Fläche: $\mathbf{x}(u, v)$ (z.B. sog. Bézier-/Spline-Patches)
 - ▶ Zugriff auf Textur mit $(s, t) := (u, v)$
 - ▶ bijektive Abbildung



[42]

Flächenparameter als Texturkoordinaten

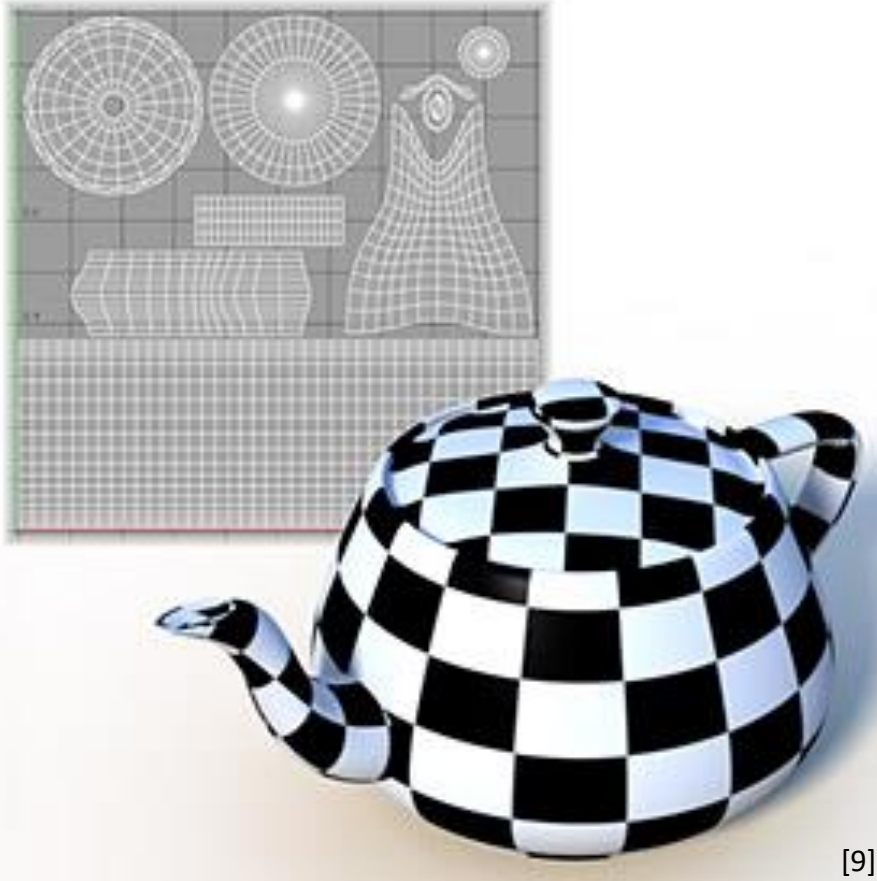
- ▶ der „Utah Teapot“ ist aus parametrischen Flächen zusammengesetzt
 - ▶ `glutSolidTeapot()`, 3DSMax Standardkörper (neben Quader, Ebene, ...)

Modelliert von Martin Newell 1975, Original hergestellt in der Friesland Porzellanfabrik in Rahling (Niedersachsen)



2D- und 3D-Texturierung

Ziel: Minimieren von Verzerrungen, bijektive Abbildungen



2D: Texture Mapping
(hier mit einem sog. Texturatlas,
später mehr hierzu)

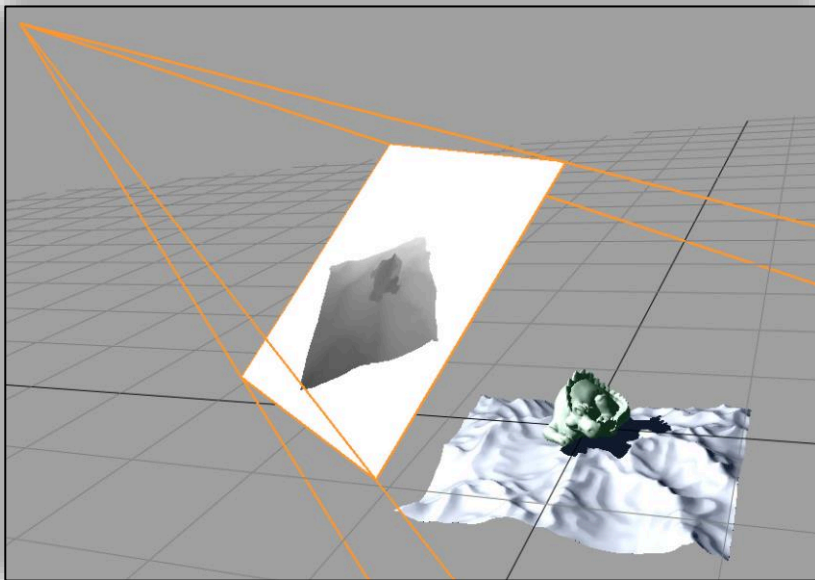


3D: Solid Texturing
 $(u, v, w) = \mathbf{x}$

Texturabbildungen: Überblick



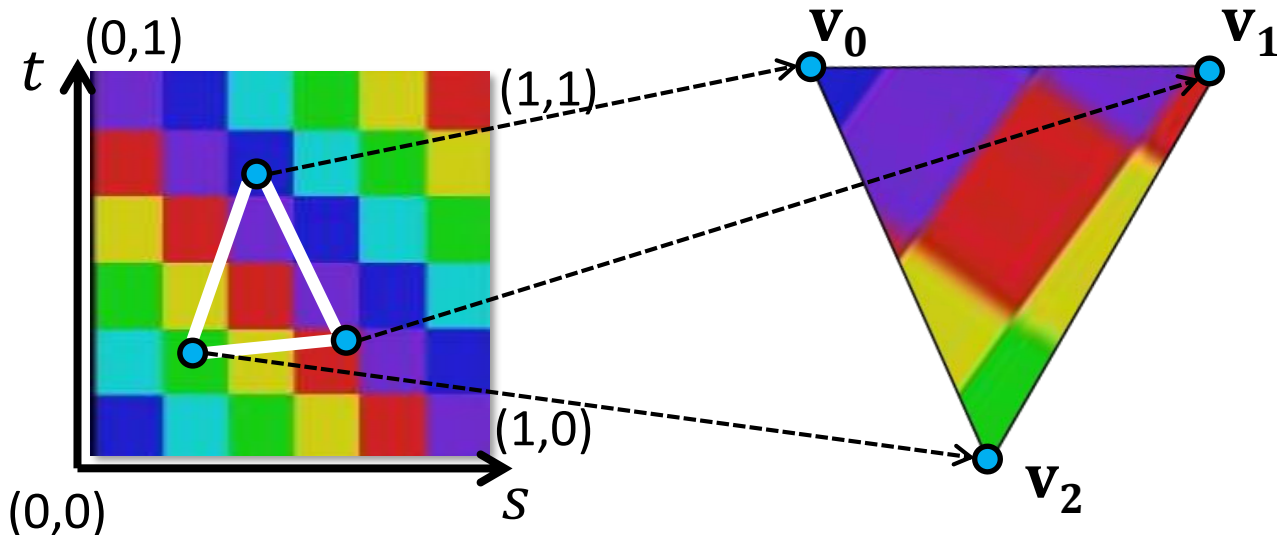
- ▶ Projektion auf andere Flächen (Kugel, Zylinder, Box, Ebene, ...)
- ▶ Flächenparameter (u, v) (z.B. Bézier-Patch)
- ▶ explizites Festlegen von sog. Texturkoordinaten (s, t, r) (auch (u, v, \dots))
- ▶ Objekt- (x_o, y_o, z_o) oder Weltkoordinaten (x_w, y_w, z_w)
- ▶ Bildschirm- bzw. Kamerakoordinaten (x_s, y_s) (Shadow Maps)
- ▶ Richtungsvektoren $(\mathbf{R}, \mathbf{N}, \mathbf{H}, \dots)$ (Environment Mapping)
- ▶ Funktion der obigen Parameter (z.B. in „Shadern“=pro Pixel Berechnung)



Texturkoordinaten für Dreiecksnetze

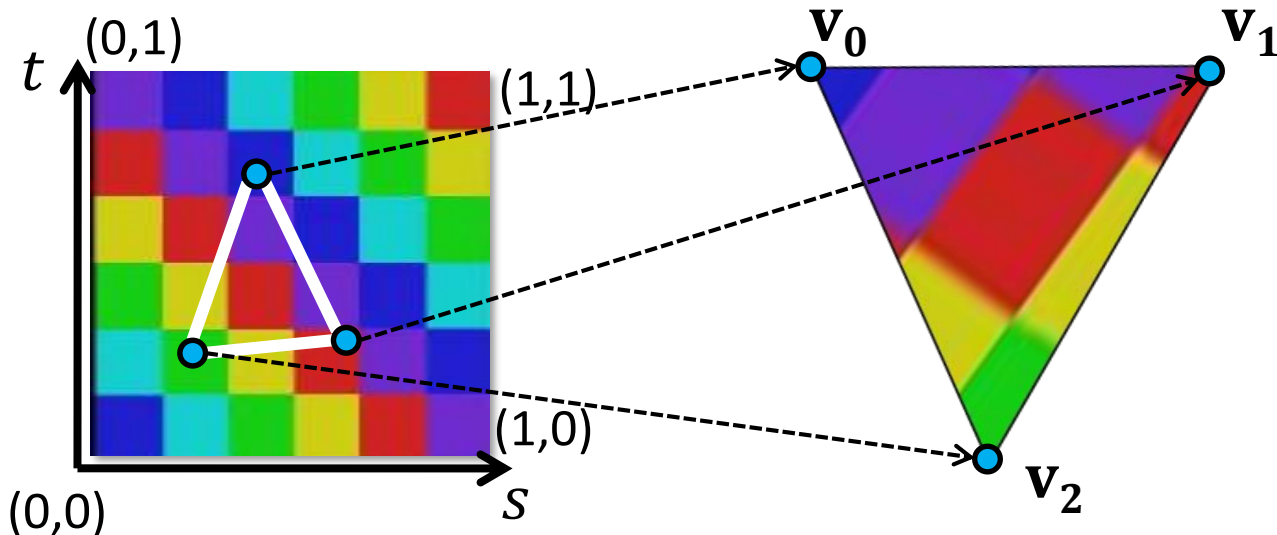
Explizites Speichern der Parametrisierung

- ▶ bisher: Vorgabe der Berechnungsvorschrift, die die Texturkoordinaten für einen Punkt auf der Oberfläche bestimmt
- ▶ bei Dreiecksnetzen geht man üblicherweise anders vor:
 - ▶ Parametrisierung wird in **Texturkoordinaten** gespeichert
 - ▶ jedem Eckpunkt/Vertex $\mathbf{v}_i = (x_i, y_i, z_i)$ eines Dreiecks wird eine Texturkoordinaten (s_i, t_i) zugewiesen



Explizites Speichern der Parametrisierung

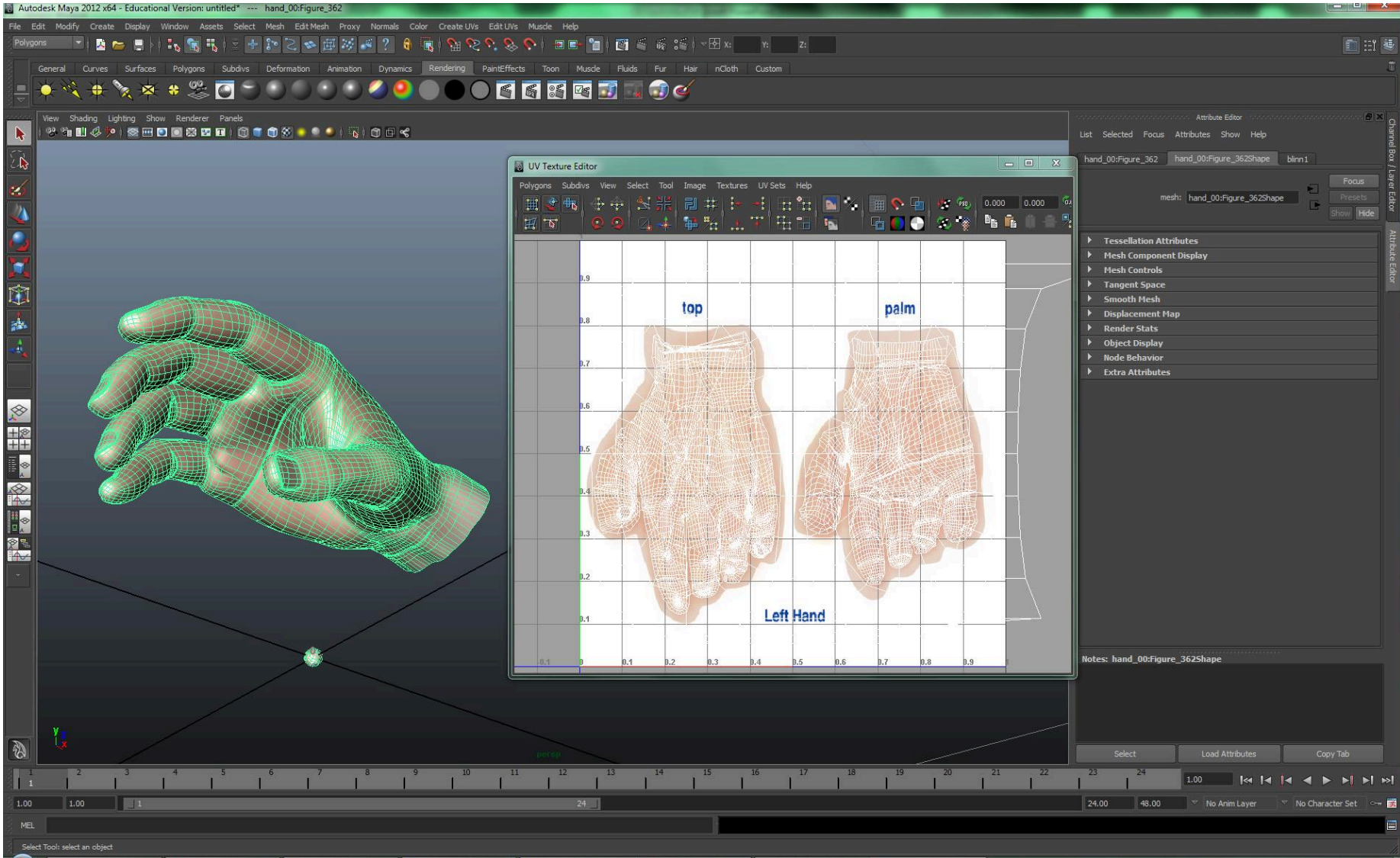
- ▶ Parametrisierung in Texturkoordinaten gespeichert, indem jedem Eckpunkt $\mathbf{v}_i = (x_i, y_i, z_i)$ eine Texturcoordinate (s_i, t_i) zugewiesen wird
- ▶ Texturkoordinaten können
 - ▶ ...für jeden Vertex wie bisher berechnet werden
 - ▶ ...bei Triangulierung parametrischer Flächen erzeugt werden
 - ▶ ...für Texturatlantens bestimmt werden
 - ▶ werden oft auch (semi-)manuell festgelegt



Texturkoordinaten für Dreiecksnetze

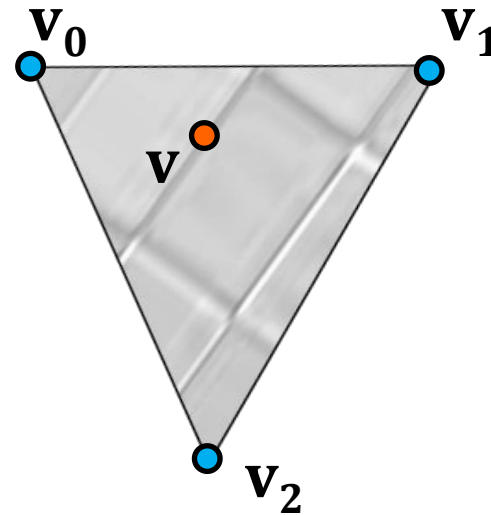
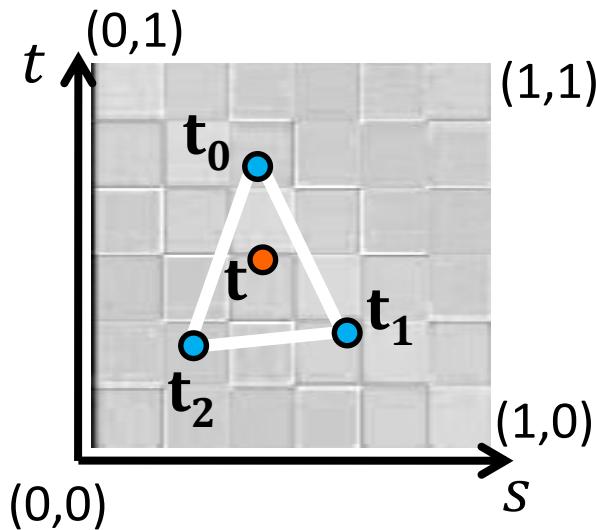


Texturkoordinaten



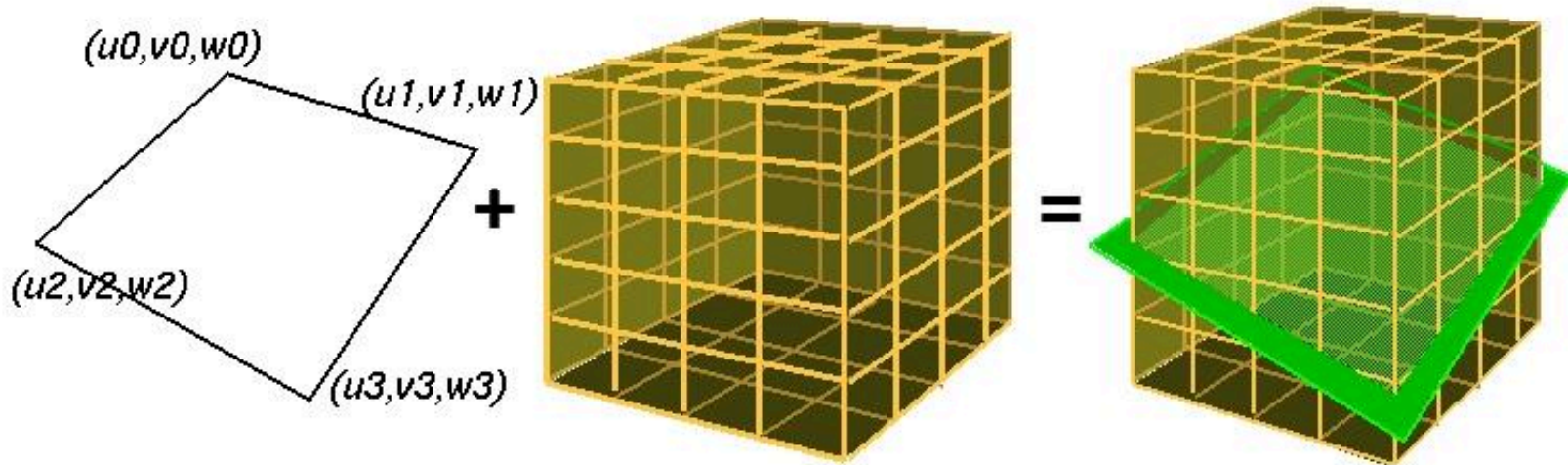
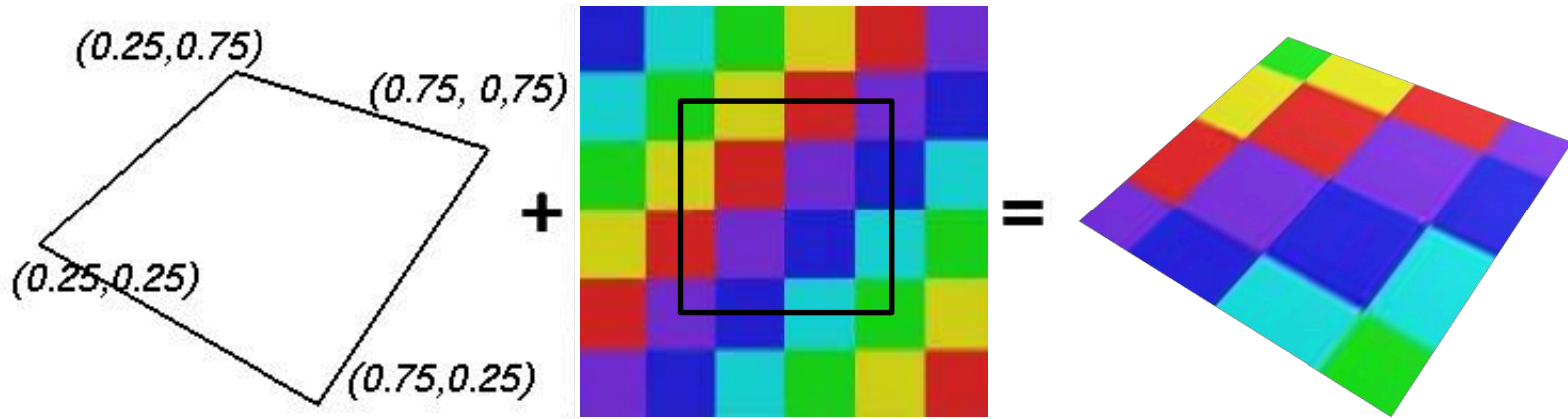
Texturkoordinaten

- ▶ Parametrisierung in Texturkoordinaten gespeichert, indem jedem Eckpunkt $\mathbf{v}_i = (x_i, y_i, z_i)$ eine Texturcoordinate (s_i, t_i) zugewiesen wird



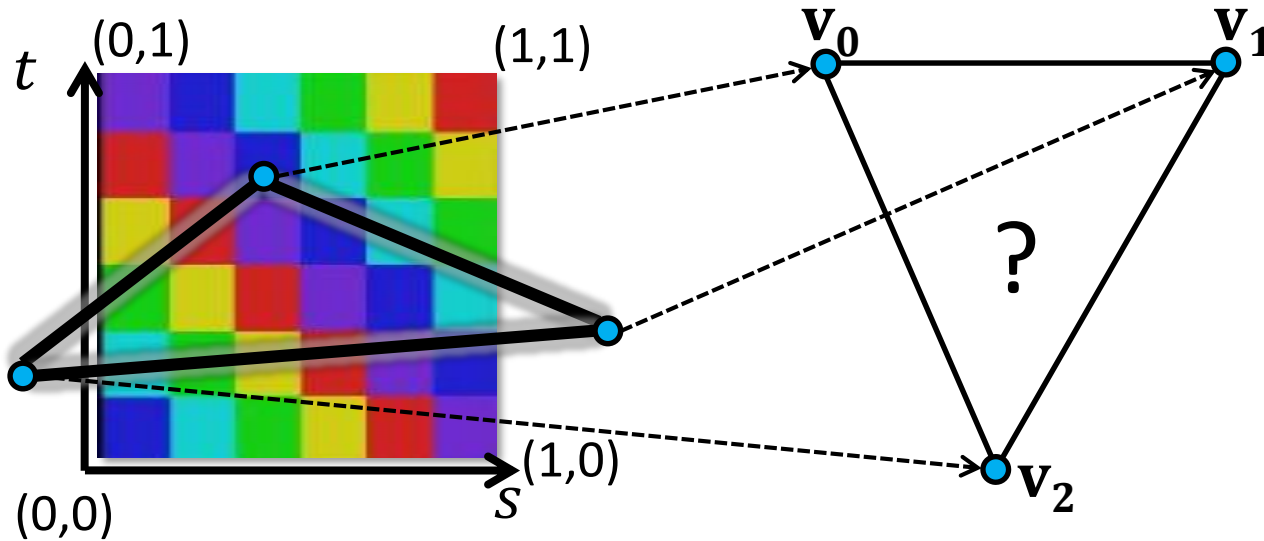
- ▶ **affine Abbildung** zwischen 2D Texturraum und 3D Objektraum:
 - ▶ Interpolation mit baryzentrischen Koord. (analog zu Farbe/Normale)
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \lambda_2 \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0) + \lambda_3 \cdot (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_0)$$
$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_0 + \lambda_2 \cdot (\mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_0) + \lambda_3 \cdot (\mathbf{t}_2 - \mathbf{t}_0)$$
- ▶ → stückweise lineare Approximation einer Parametrisierung!
(es sei denn die Parametrisierung ist selbst schon linear)

Texturkoordinaten in 2D und 3D



Texturkoordinaten

- ▶ was passiert bei Texturkoordinaten > 1.0 oder < 0.0 ?

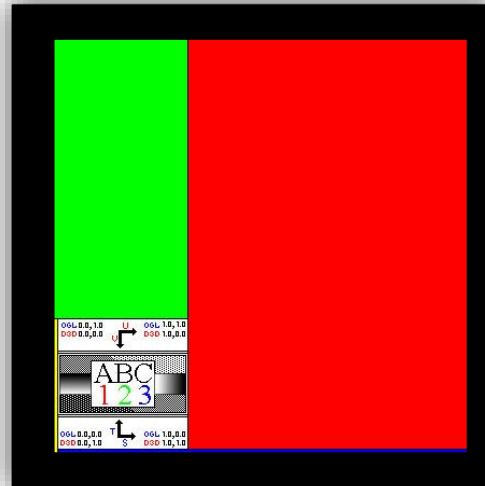


- ▶ es gibt eine Reihe verschiedener „Adressierungsmodi“, die in der CG verwendet werden (und von Grafik-Hardware unterstützt werden)

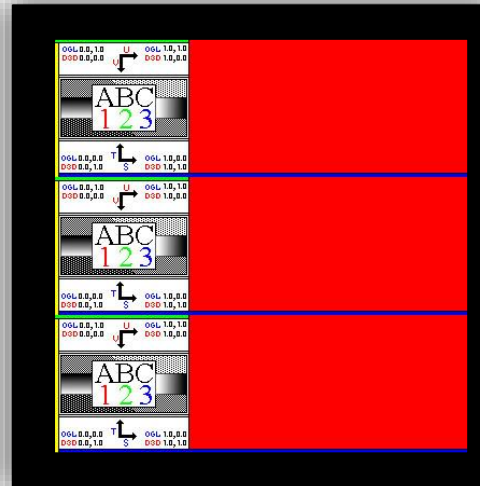
Texture Wrapping

- ▶ Repeat/Wrapping: Fortsetzen/Kacheln einer Textur über [0,1] hinaus
- ▶ Adressierung wird für jede Dimension separat gewählt
- ▶ Texturkoordinaten des Quadrats hier $[0,3]^2$

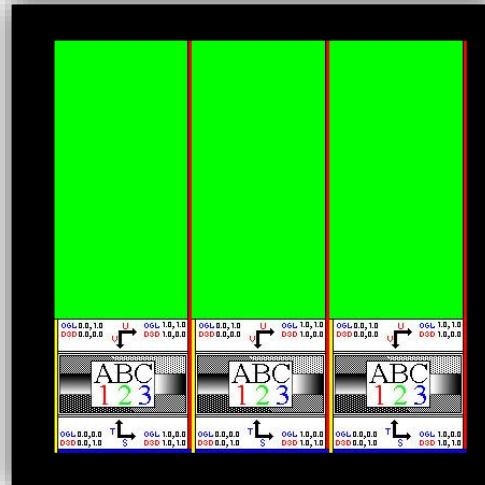
clamp/
clamp



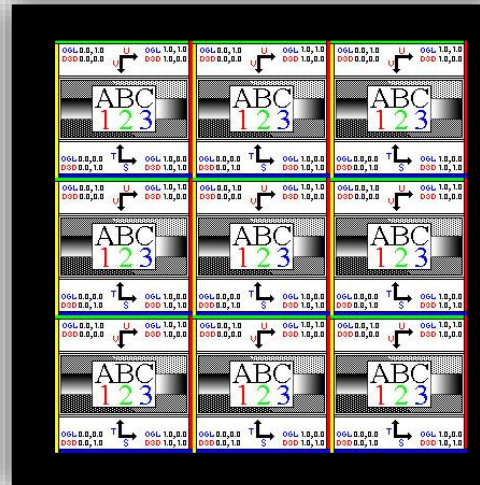
clamp/
repeat



repeat/
clamp



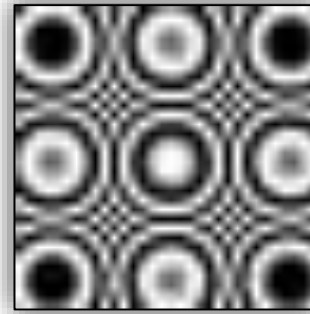
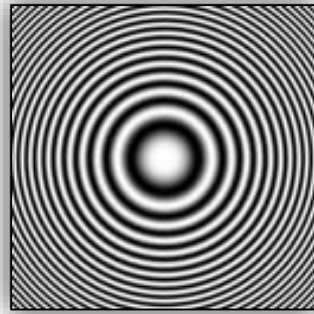
repeat/
repeat



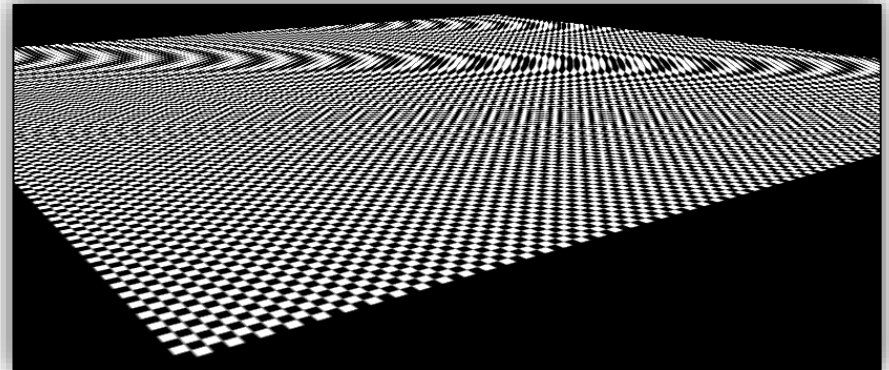
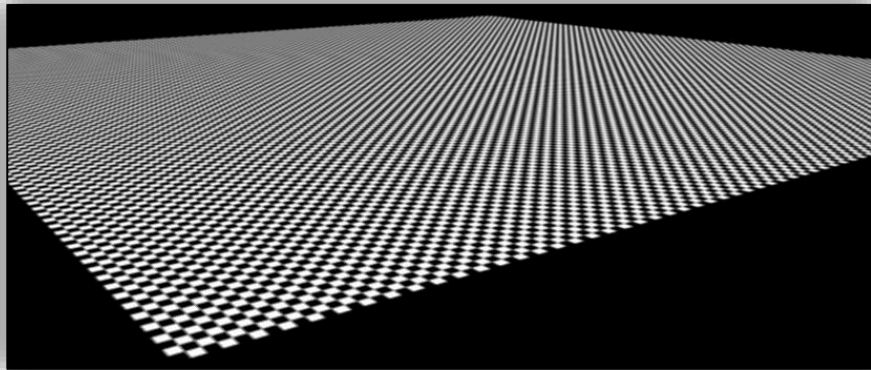
weitere:
clamp to border,
mirror, ...

Texture Mapping und Aliasing

- ▶ wir kennen Aliasing schon von der Abtastung von Signalen
 - ▶ hier (Unter-)Abtastung einer kontinuierlichen Funktion:

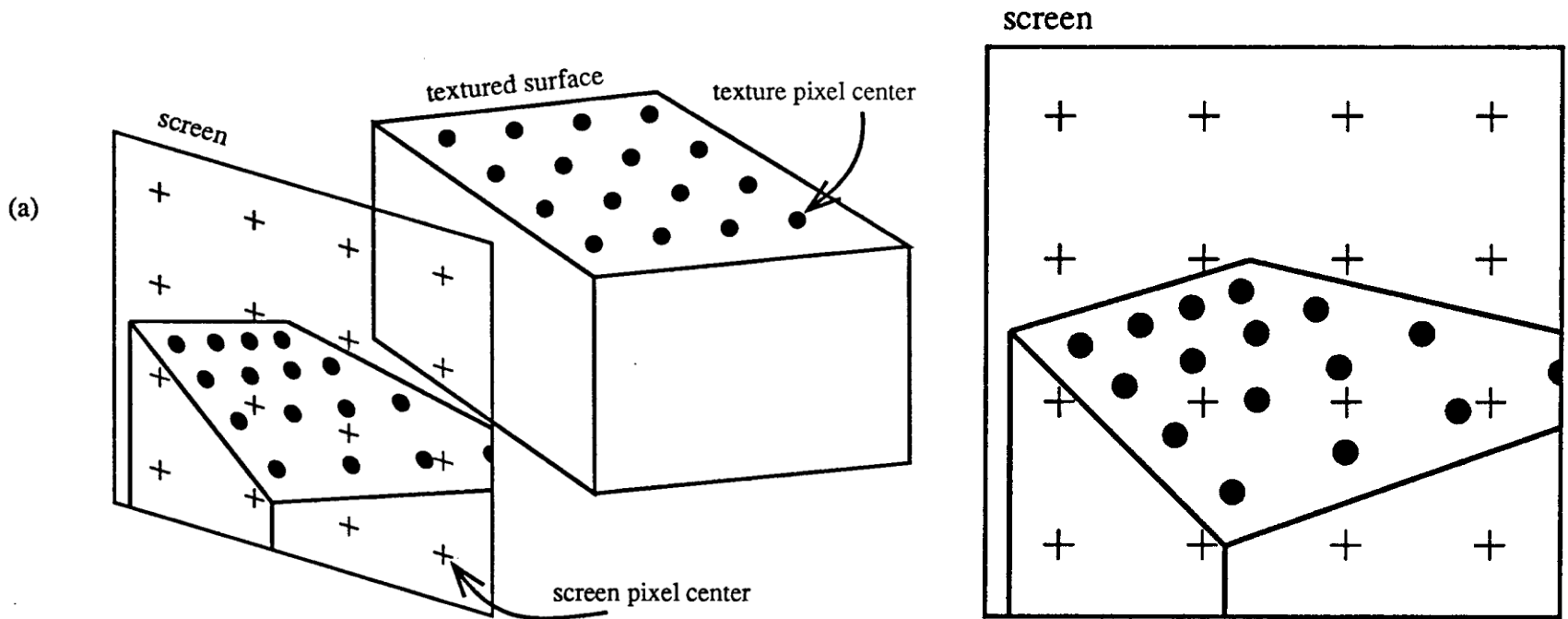


- ▶ das gleiche Problem tritt beim Texture Mapping auf
 - ▶ Textur = (meist diskrete) Funktion, abgetastet bei der Bilderzeugung



Texture Mapping und Aliasing

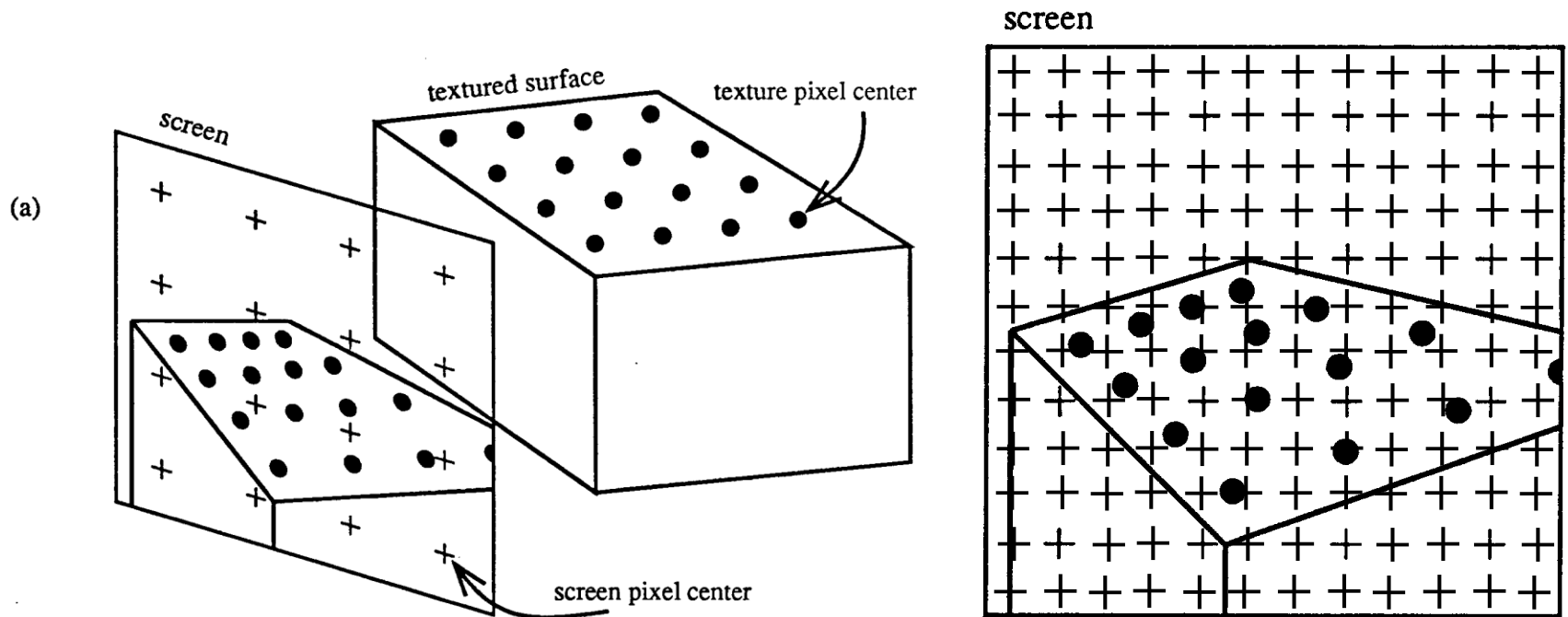
- ▶ Abbildungen des Textursignals
 - ▶ 2D Texturraum \leftrightarrow 3D Objektraum: Parametrisierung
 - ▶ 3D Objektraum \leftrightarrow 2D Bildraum: Projektion/Perspektive
 - ▶ hier gezeigt für 2D-Texturen, das Abtastproblem tritt analog für 1D- und 3D-Texturen auf



Fundamentals of Texture Mapping and Image Warping,
Paul Heckbert, Master's thesis, UCB/CSD 89/516,
CS Division, U.C. Berkeley, June 1989 [12]

Texture Mapping und Aliasing

- ▶ Abbildungen des Textursignals
 - ▶ 2D Texturraum \leftrightarrow 3D Objektraum: Parametrisierung
 - ▶ 3D Objektraum \leftrightarrow 2D Bildraum: Projektion/Perspektive
- ▶ entscheidend ist das Verhältnis der Abtastfrequenz am Bildschirm zur Auflösung des projizierten Signals/der projizierten Textur

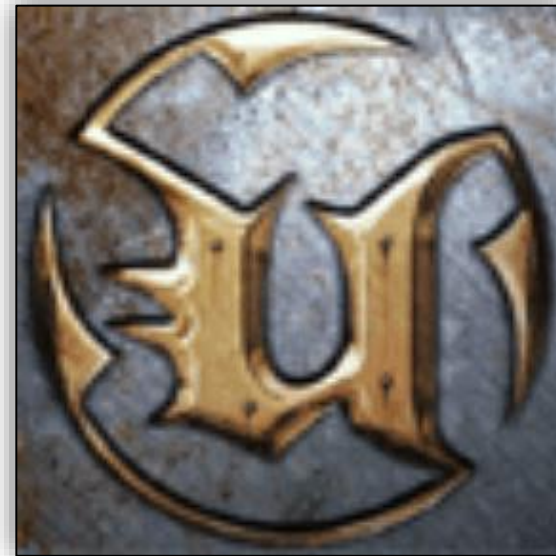
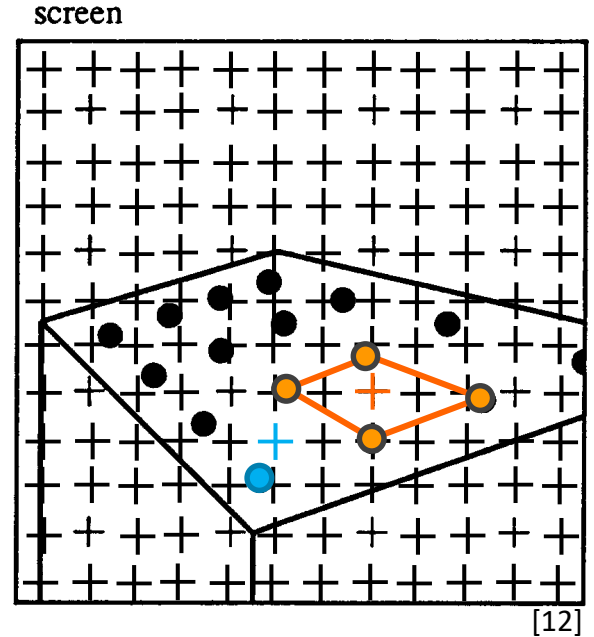


Fundamentals of Texture Mapping and Image Warping,
Paul Heckbert, Master's thesis, UCB/CSD 89/516,
CS Division, U.C. Berkeley, June 1989 [12]

Textur-Filterung

Vergrößerung (Magnification)

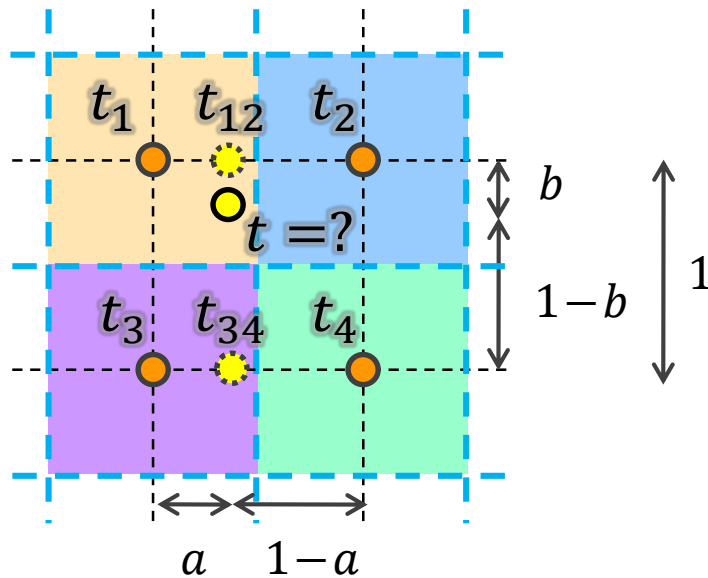
- ▶ Abbildung weniger Texel auf viele Pixel
- ▶ **Nearest Neighbor** (links)
 - ▶ verwende Farbe des nächstliegenden Texels
- ▶ **Bilineare Interpolation** (rechts)
 - ▶ Interpolation der 4 nächsten Texel, gemäß der relativen Abstände
 - ▶ dadurch wird das Textursignal geglättet



Vergrößerung/Magnification

Bilineare Interpolation (im Texturraum)



- ▶ Interpolation für den Punkt \odot , aus den Nachbartexeln \bullet
- ▶ a , $(1 - a)$, b und $(1 - b)$ sind die relativen Abstände zu den Texelmittelpunkten entlang der s - und t -Achsen

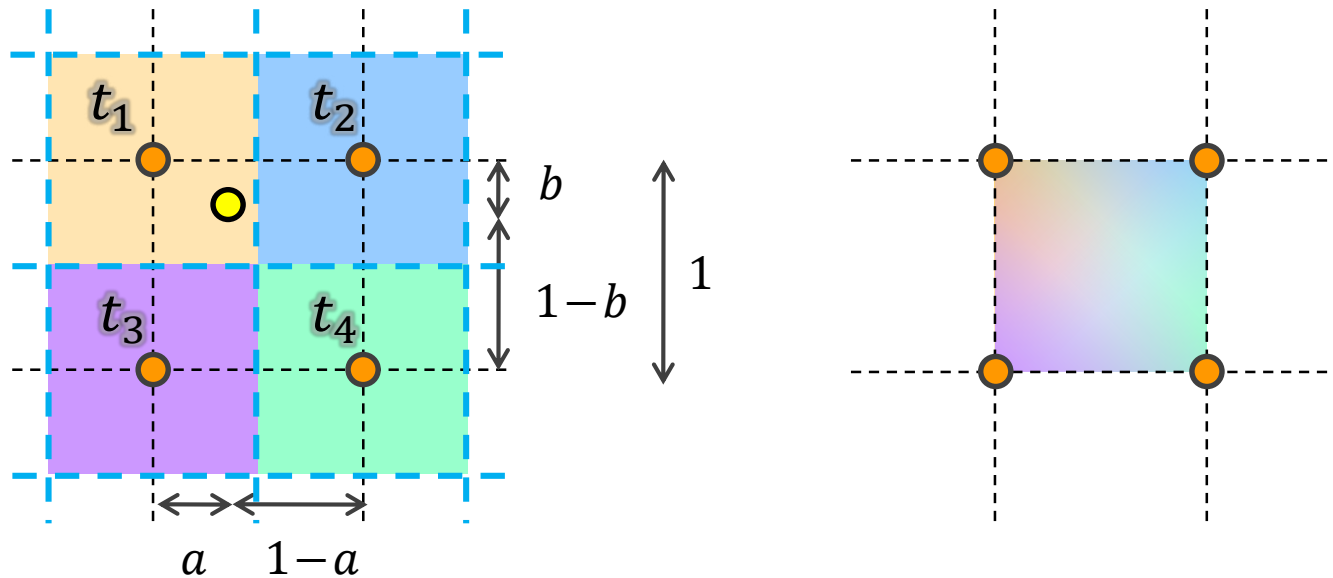






- ▶ zweimal lineare Interpolation: horizontal, dann vertikal (oder umgekehrt)
 - ▶ $t_{12} = t_1 + a(t_2 - t_1) = (1 - a)t_1 + at_2$
 - ▶ $t_{34} = (1 - a)t_3 + at_4$
 - ▶ $t = (1 - b)t_{12} + bt_{34}$

Vergrößerung/Magnification

Bilineare Interpolation (im Texturraum)



- ▶ Interpolation für den Punkt , aus den Nachbartexeln 
- ▶ a , $(1 - a)$, b und $(1 - b)$ sind die relativen Abstände zu den Texelmittelpunkten entlang der s - und t -Achsen

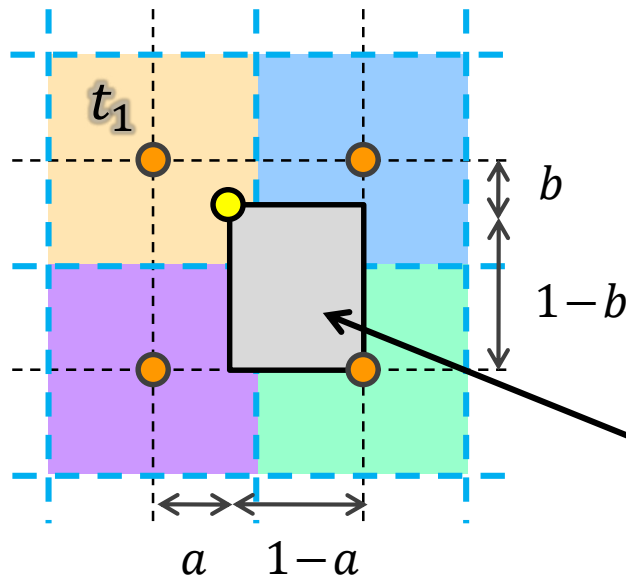


▶ Farbe =  $(1 - a)(1 - b)$ +  $a(1 - b)$ +
 $(1 - a)b$ +  ab





Vergrößerung/Magnification

Bilineare Interpolation (im Texturraum)

- ▶ Interpolation für den Punkt , aus den Nachbartexels 
- ▶ alternative Interpretation (vgl. baryzentrische Koordinaten im Dreieck)

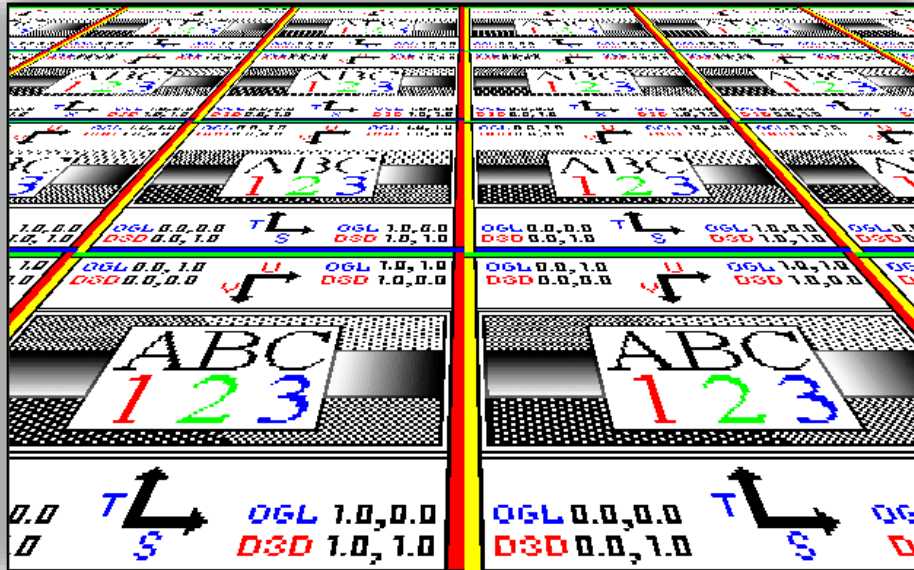


Flächeninhalt ist relatives Gewicht des gegenüberliegenden Texels t_1

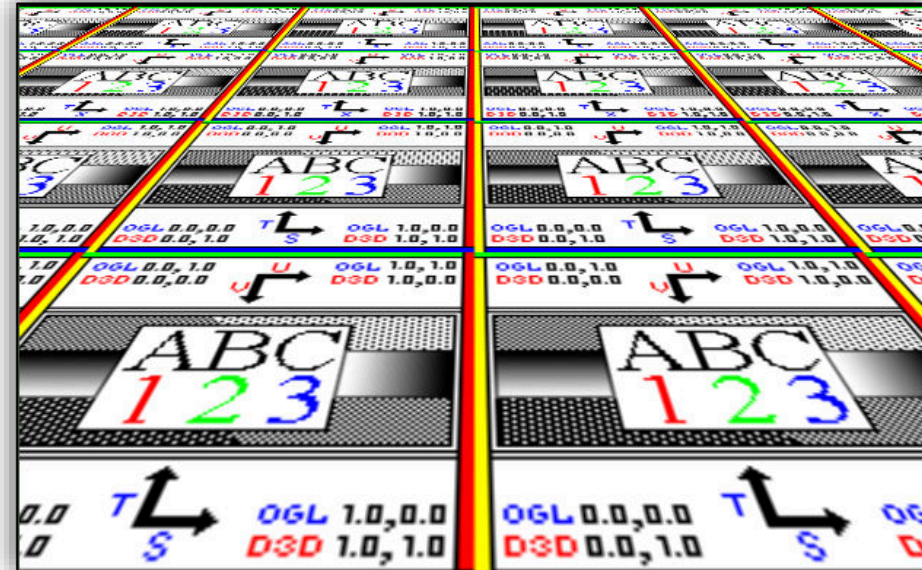
▶ Farbe =  $(1-a)(1-b)$ +  $a(1-b)$ +
 $(1-a)b$ +  ab

Vergrößerung/Magnification

- ▶ bilineare Interpolation ist nicht linear, sondern quadratisch (abgesehen von Interpolation in horizontaler und vertikaler Richtung)



Nearest Neighbor



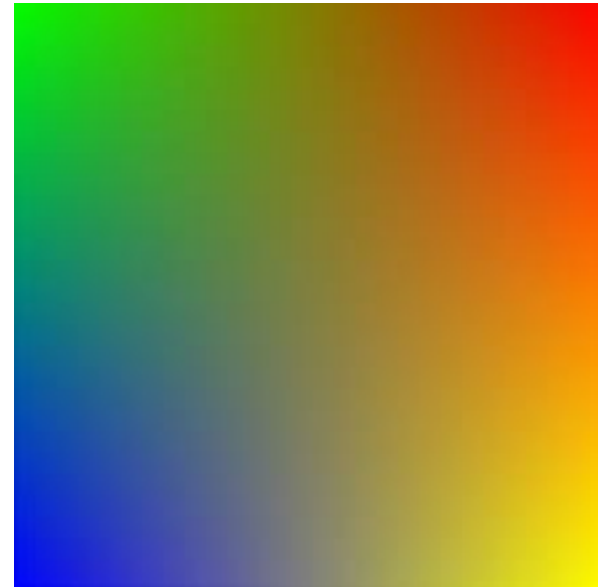
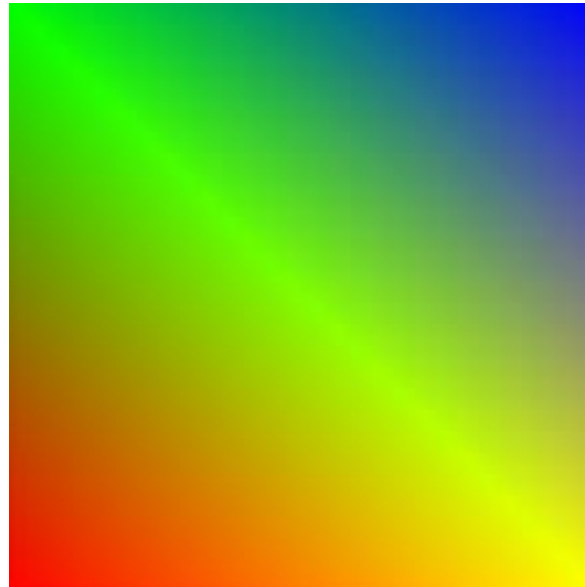
bilineare Interpolation

- ▶ welche Interpolation in einer 2D-Textur wäre denn dann linear?

Vergrößerung/Magnification

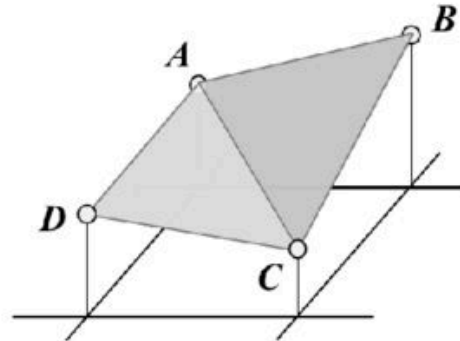
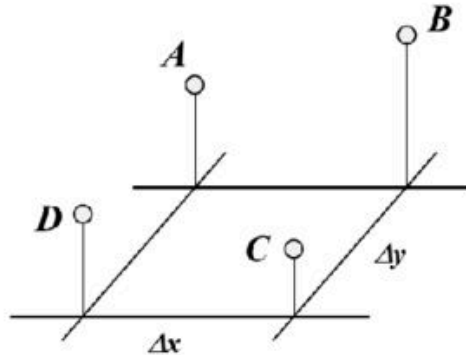


- ▶ welche Interpolation in einer 2D-Textur wäre denn dann linear?
 - ▶ ... zwei lineare Interpolationen in Teildreiecken:
es kommt auf die Wahl der Diagonale an (links, mitte)
 - ▶ diese Beispiel ist nicht praxis-relevant für Texturinterpolation – das Problem der Wahl der Diagonale in anderem Kontext schon
 - ▶ zum Vergleich: bilinear (rechts)

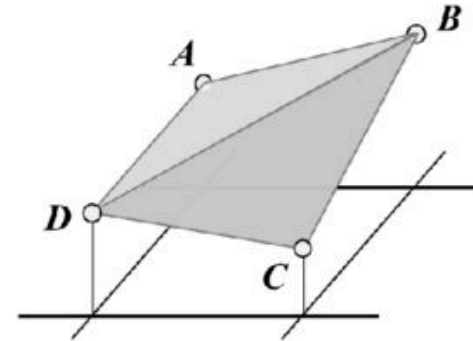


Vergrößerung/Magnification

- ▶ welche Interpolation in einer 2D-Textur wäre denn dann linear?
 - ▶ ... zwei lineare Interpolationen in Teildreiecken:
es kommt auf die Wahl der Diagonale an (links, mitte)
 - ▶ diese Beispiel ist nicht praxis-relevant für Texturinterpolation – das Problem der Wahl der Diagonale in anderem Kontext schon:
z.B. bei der Triangulierung von Höhenfeldern (Terrain Visualisierung)



Triangles T_1 and T_2



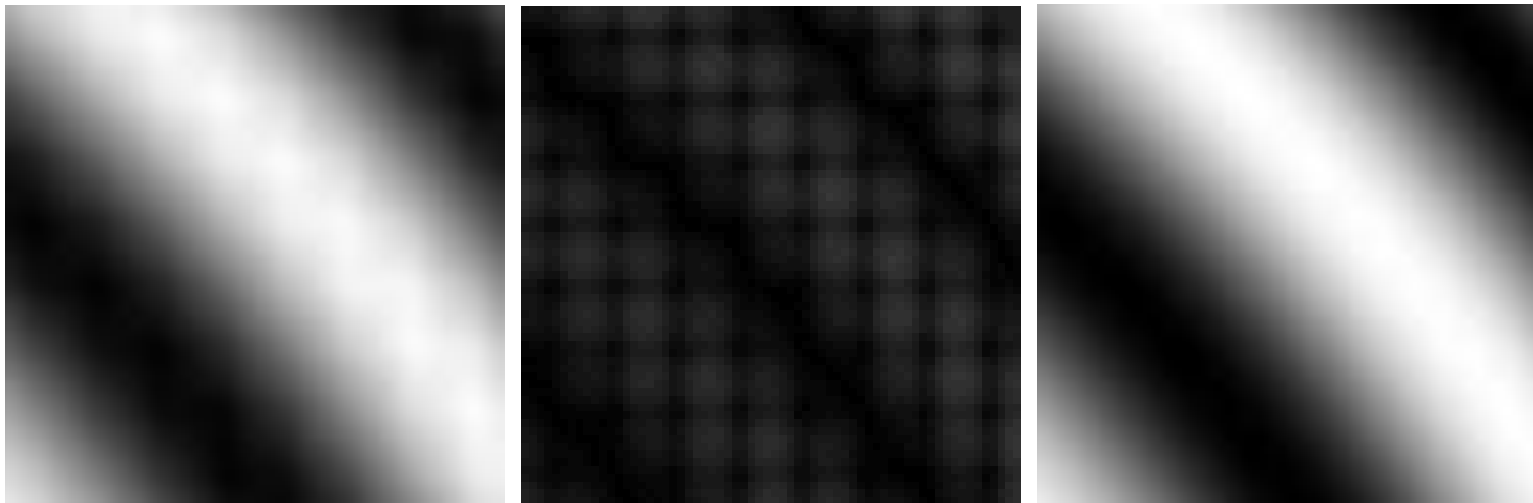
Triangles T_3 and T_4

Bild: https://www.researchgate.net/figure/calculating-the-area-by-triangulation_fig6_279185907

Texturfilter höherer Ordnung

- ▶ menschliche Wahrnehmung nimmt Unstetigkeiten in der Krümmung wahr, deshalb verwendet man manchmal Interpolation höherer Ordnung
- ▶ bilineare Interpolation (links), bikubische Interpolation (rechts)

Differenz $\times 4$

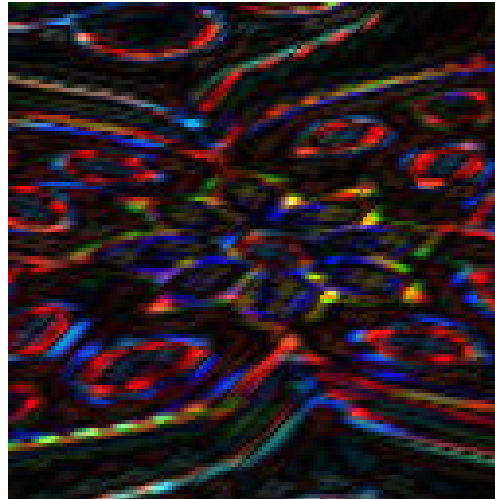


Texturfilter höherer Ordnung

- ▶ menschliche Wahrnehmung nimmt Unstetigkeiten in der Krümmung wahr, deshalb verwendet man manchmal Interpolation höherer Ordnung
- ▶ bilineare Interpolation (links), bikubische Interpolation (rechts)

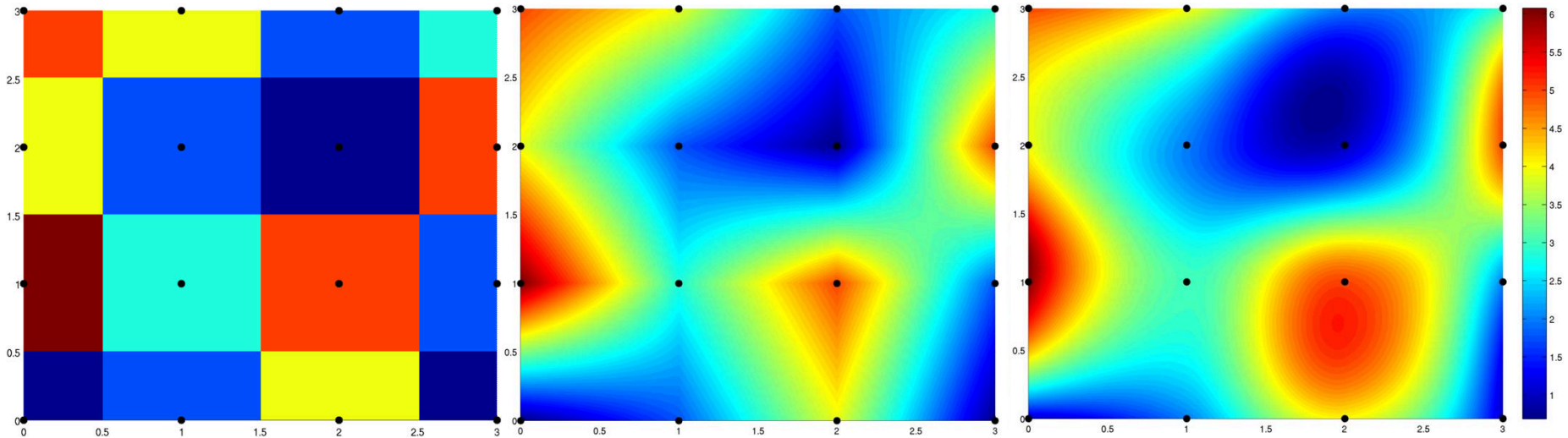


Differenz $\times 4$



Beispiel: Nearest Neighbor, bilineare und bikubische Interpolation

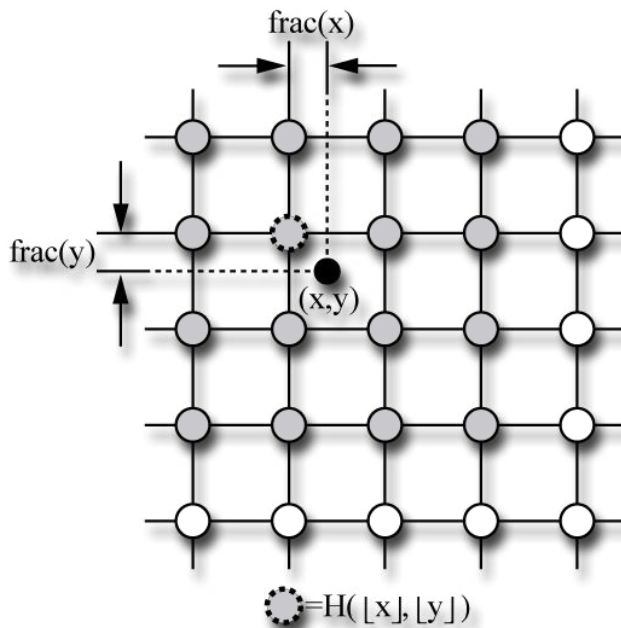
- ▶ dieses Beispiel zeigt keine Filterung von Texel-Farben, sondern die Interpolation eines Skalarwerts, der anschließend mit der Farbskala rechts abgebildet wird



[15]

Texturfilter höherer Ordnung

- ▶ Beispiel: bikubische Interpolation (nur damit Sie es mal gesehen haben)
 - ▶ benötigt Zugriff auf 4×4 Texel bei einer 2D-Textur
 - ▶ benötigt Zugriff auf $4^3 = 64$ Texel bei einer 3D-Textur
 - ▶ teuer und nicht nativ von Grafik-Hardware unterstützt (Approximation siehe Lin et al.)



$$H(x, y) = \sum_{i=-1}^2 \sum_{j=-1}^2 H(\lfloor x \rfloor + i, \lfloor y \rfloor + j) R(i - \text{frac}(x)) R(j - \text{frac}(y))$$

$$R(x) = \frac{1}{6} \left[P(x+2)^3 - 4P(x+1)^3 + 6P(x)^3 - 4P(x-1)^3 \right], \text{ with}$$

$$P(x) = \max(0, x)$$

Textur-Filterung

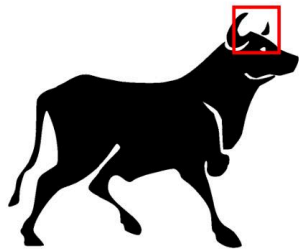
Scharfe Kanten mit Texturen?

- ▶ bei Farbtexturen nur mit Zusatzaufwand
- ▶ bei Binärbildern: Umweg über sogenannte Distanzfelder

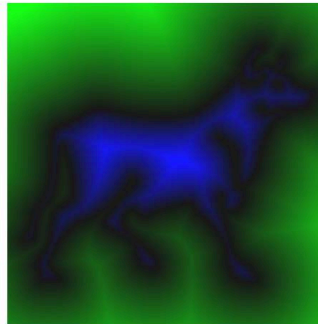


[14]

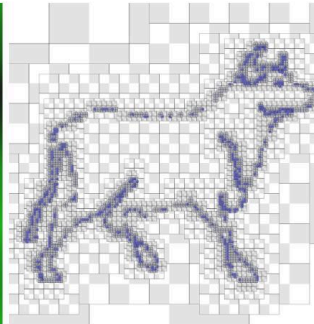
Compressed Random-Access Trees for Spatially Coherent Data, Lefebvre, Hoppe, 2007 (links) [16]
Improved Alpha-Tested Magnification for Vector Textures and Special Effects, Greene, 2007 (rechts)



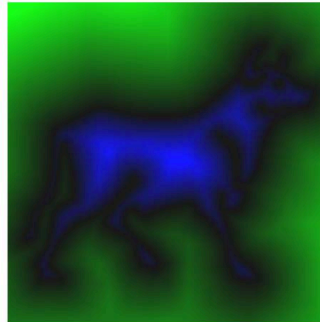
(a) Input vector shape



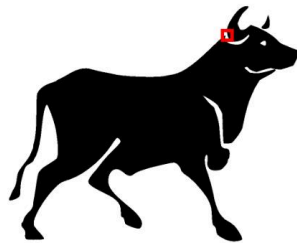
(b) Distance field



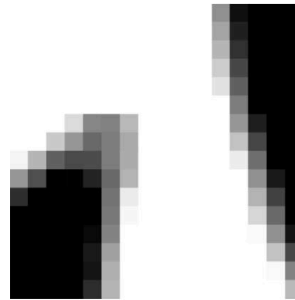
(c) Adaptive tree



(d) Tree-compressed distance



(e) Thresholding using (d)



(f) Antialiasing using (d)

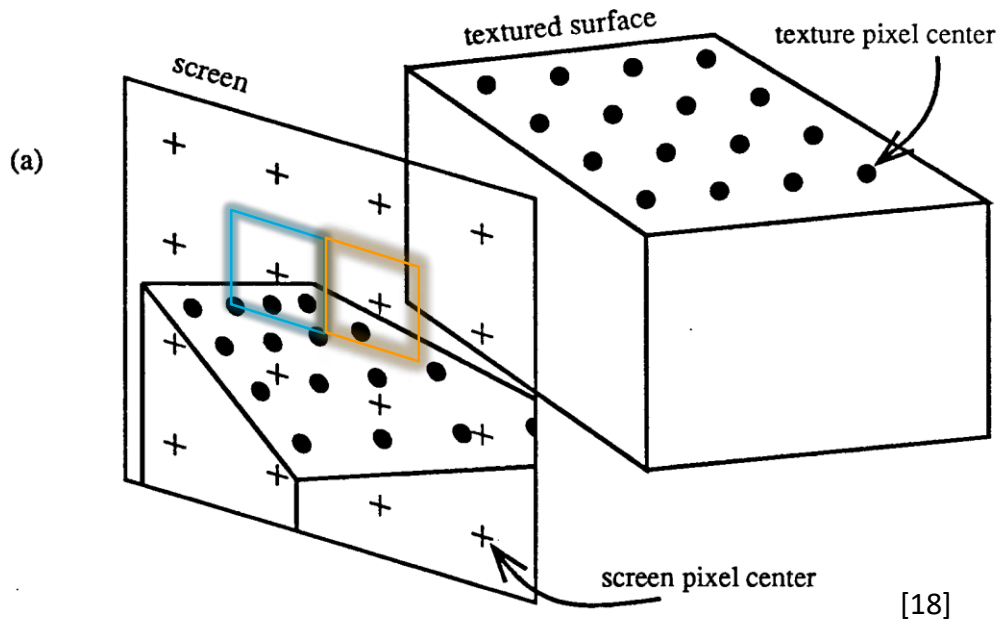


[17] 43

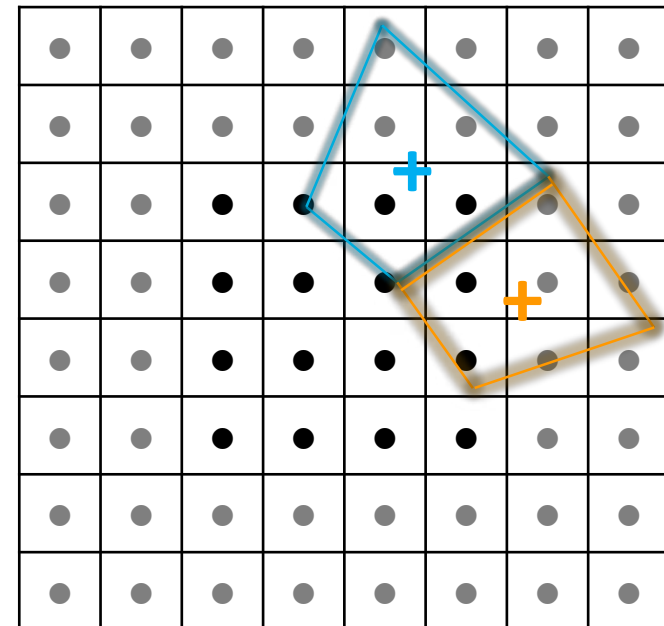
Textur-Filterung

Verkleinerung (Minification)

- ▶ Abbildung mehrerer Texel auf einen Pixel
- ▶ wird nur 1 Texel ausgelesen, obwohl der Pixel im Texturraum mehrere Texel bedeckt entstehen Aliasing-Artefakte durch Unterabtastung



Abdruck („Footprint“) eines Pixels im Texturraum

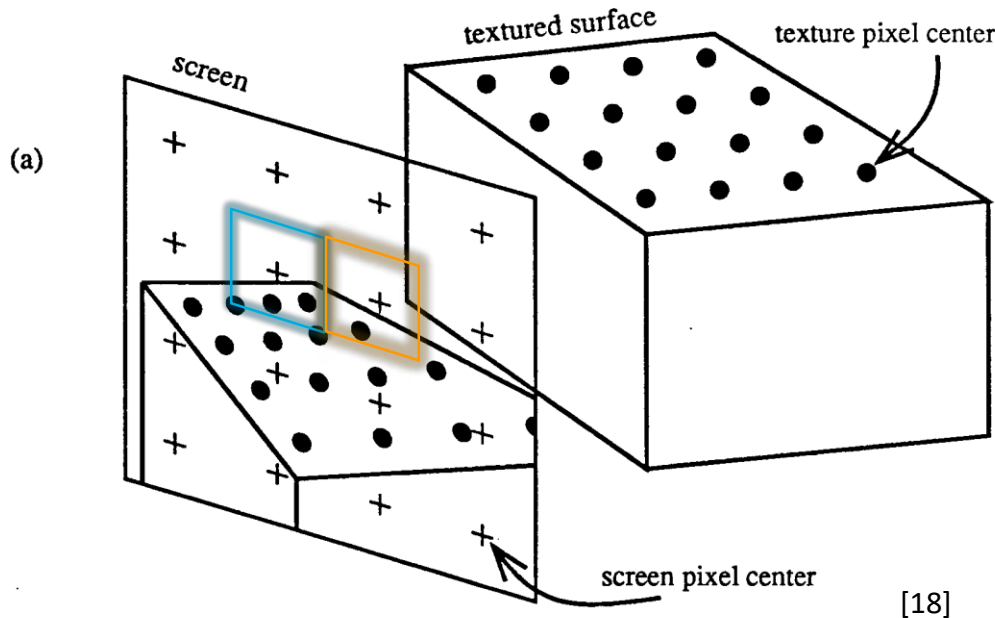


Textur-Filterung

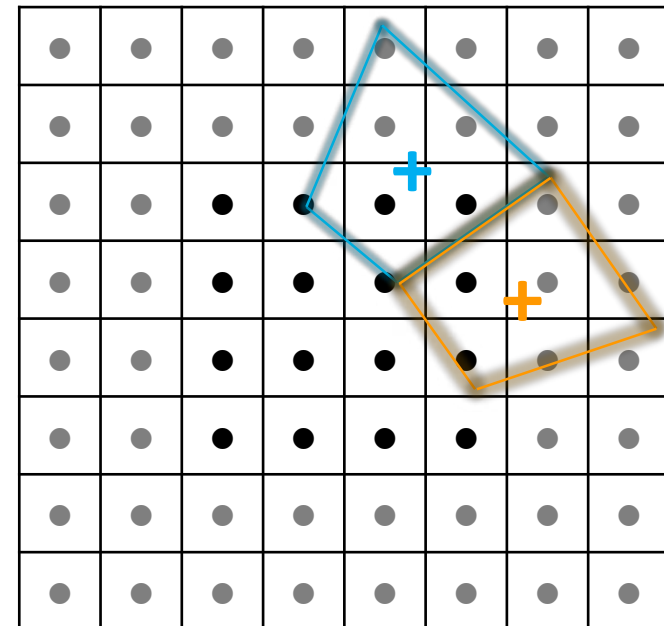
Verkleinerung (Minification)

▶ zwei Möglichkeiten

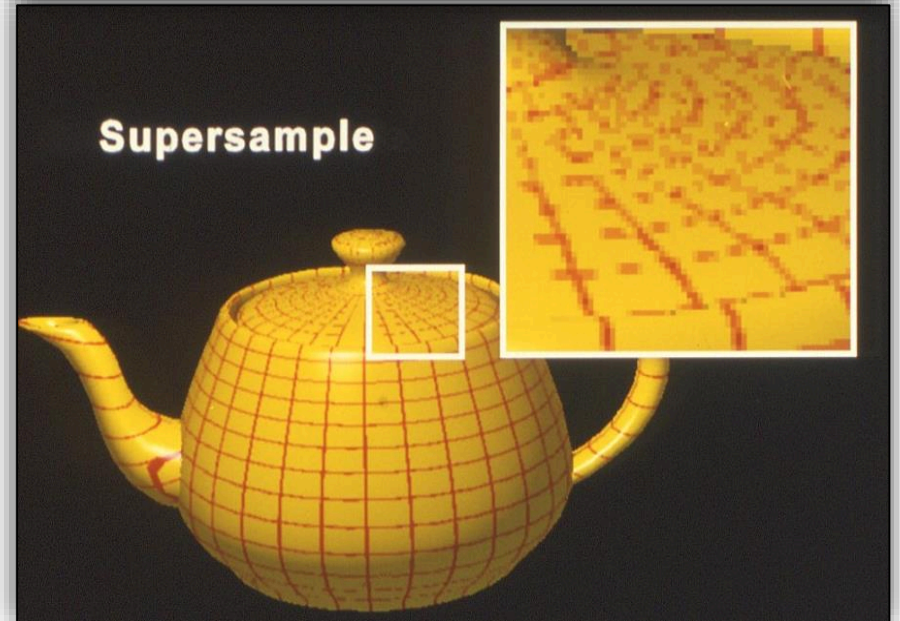
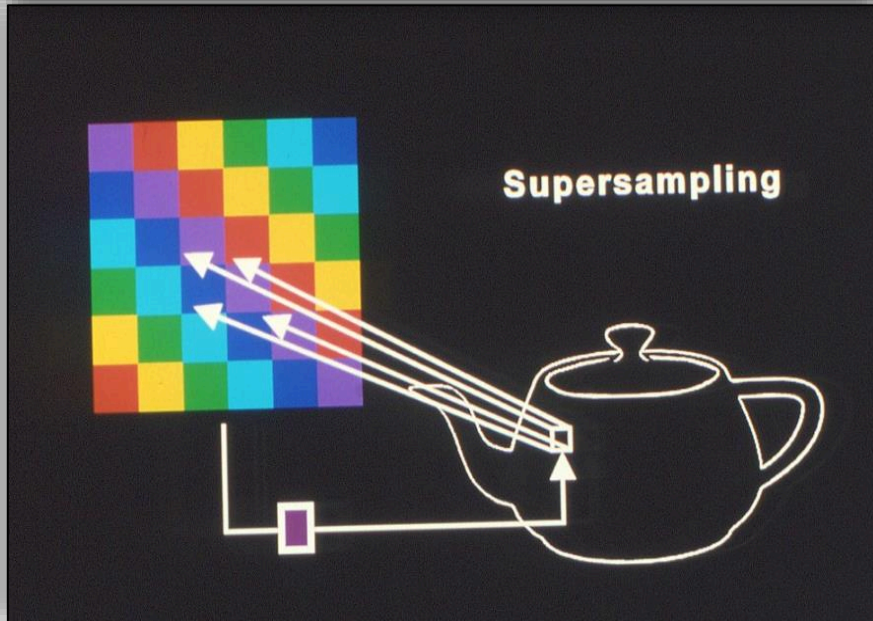
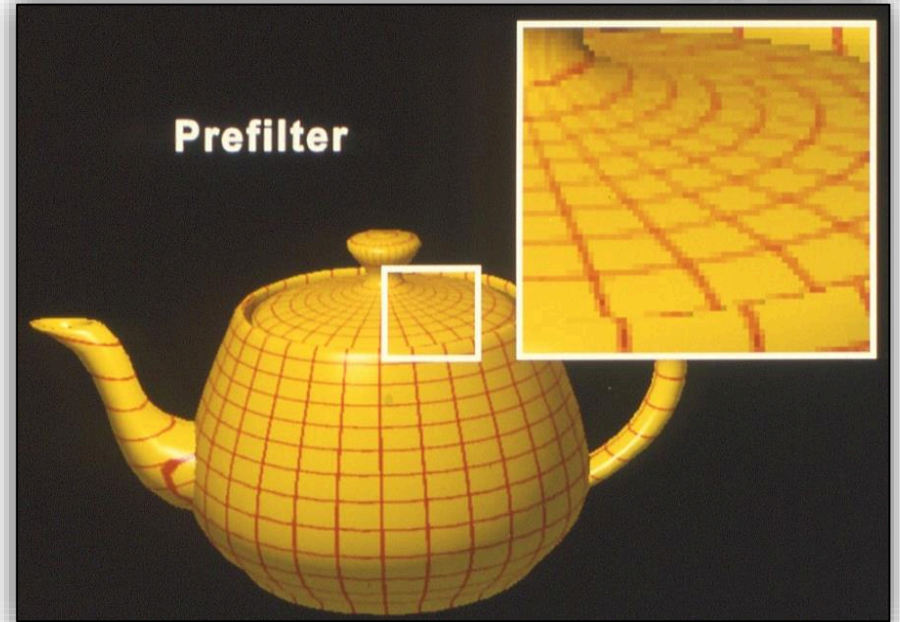
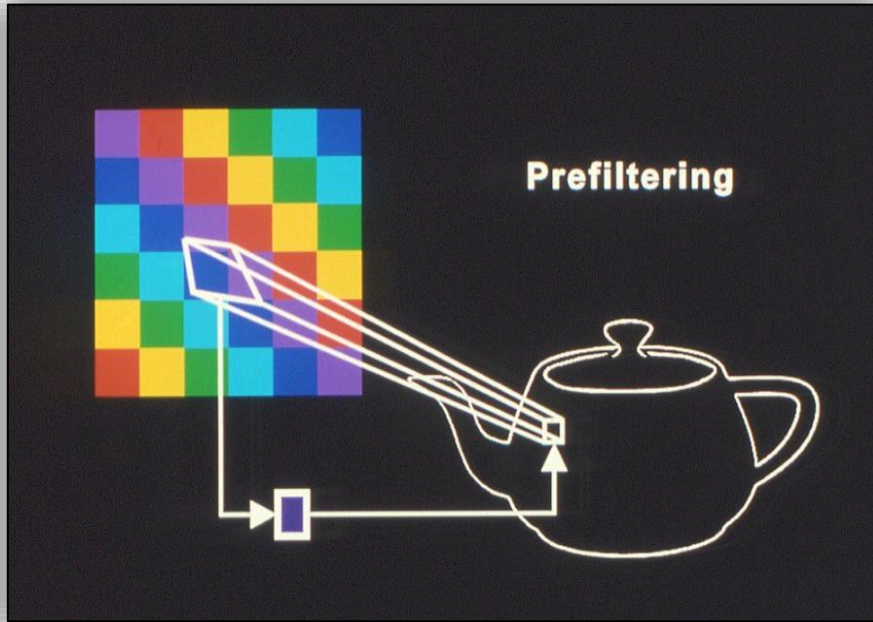
- ▶ Vorfilterung des Signals (hohe Frequenzen vor Abtastung entfernen)
- ▶ Überabtastung (Supersampling) – i.d.R. aber zu teuer!



Abdruck („Footprint“) eines Pixels im Texturraum

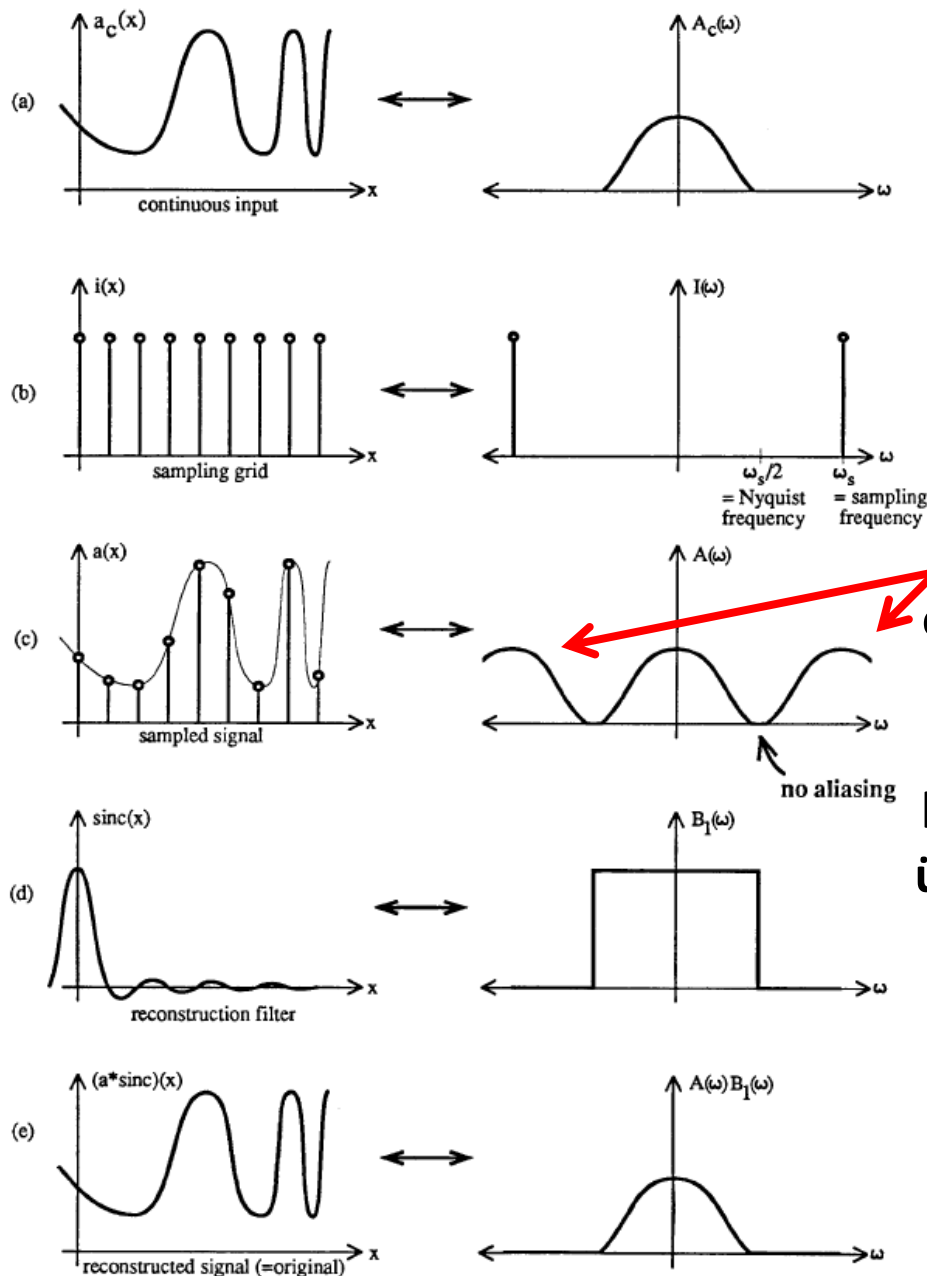


Aliasing: Lösungsstrategien?



SPATIAL DOMAIN

FREQUENCY DOMAIN



ausreichende
Abtastfrequenz

Woher kommen die Kopien?
period. Dirac im Ortsbereich →
Dirac im Frequenzbereich
Multiplikation im Ortsraum =
Faltung im Frequenzraum

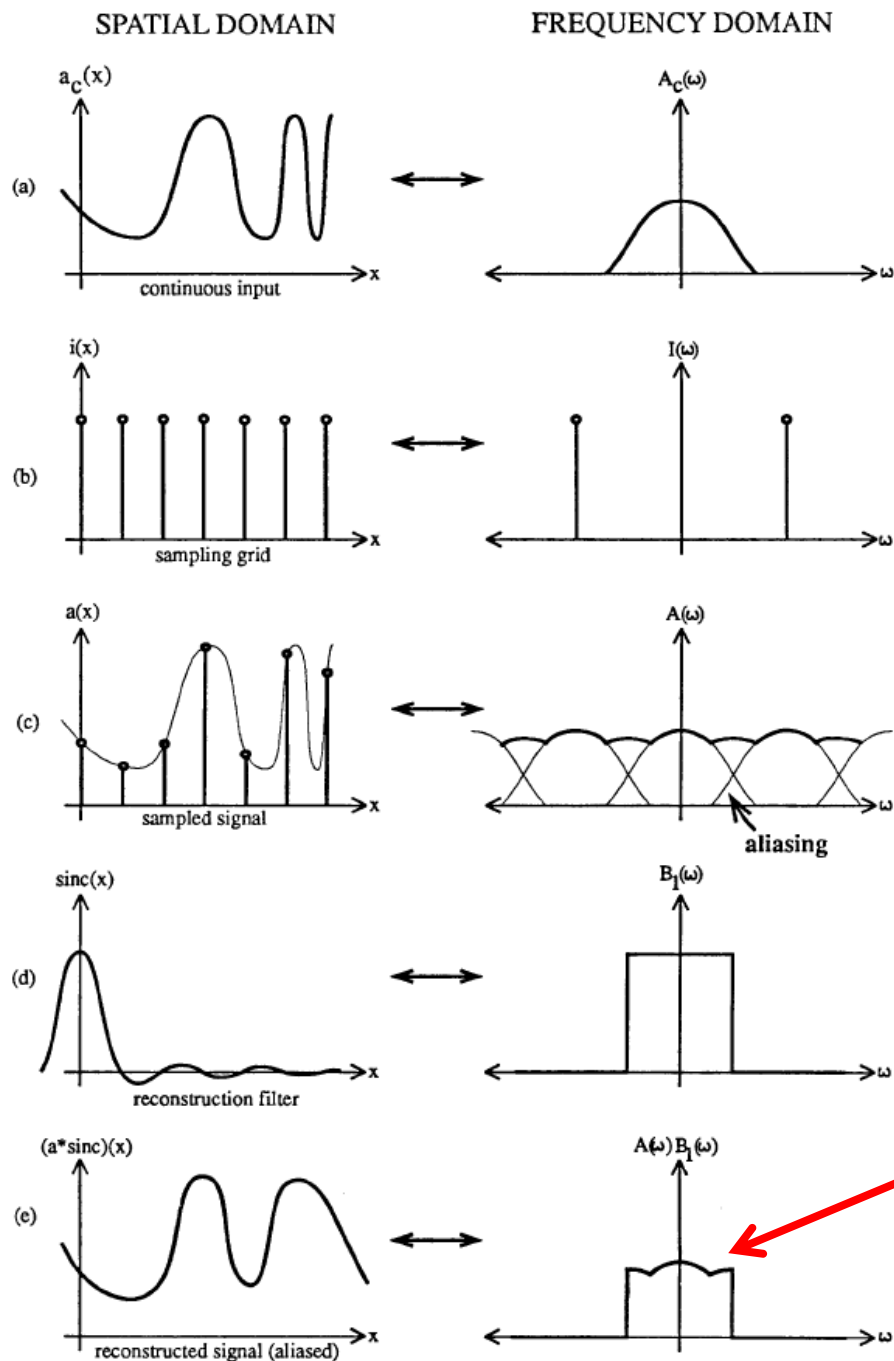
durch das Abtasten
entstehen Kopien des
Frequenzspektrums

hier kein Problem: sie
überlappen sich nicht!

Faltung mit dem
Rekonstruktionsfilter,
idealer Tiefpaß-
filter: Sinc

Figure 3.4: Sampling above the Nyquist rate (no aliasing).

zu niedrige
Abtastfrequenz



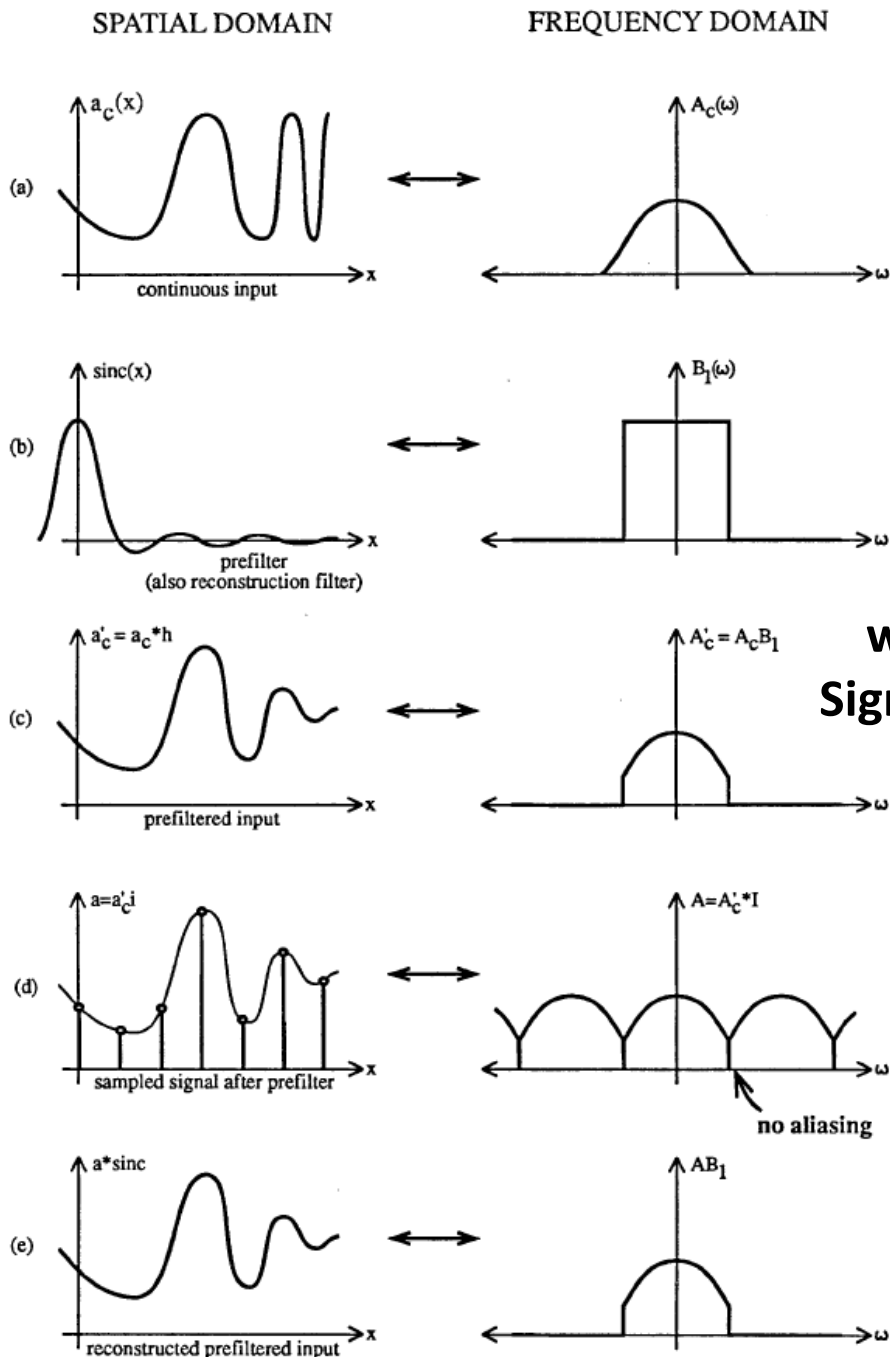
Überlappung!

Aliasing:
Frequenzanteile, die
hier nicht sein sollten!

Figure 3.5: Sampling below the Nyquist rate (aliasing).

**Vorfilterung:
hier wird zuerst
das Signal gefiltert**

**dann abtasten:
die Spektren über-
lappen nicht mehr!**



**wir erhalten ein neues
Signal mit einem kleineren
Frequenzspektrum**

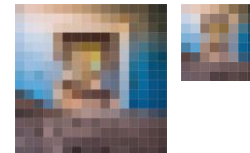
Figure 3.7: Ideal prefiltering eliminates aliasing.

Textur-Filterung

Mip-Mapping (lat. multum in parvo: viel in wenig)

- ▶ einfache Vorfilterung von Texturen
- ▶ speichere rekursiv Texturen mit $1/4$ Größe (Halbierung entlang jeder Achse) → „Auflösungspyramide“ mit nur 33% mehr Speicherbedarf:
 $1 + 1/4 + 1/16 + 1/64 + \dots = 4/3$
- ▶ meist Mittelung über je 2×2 Texel (**kein** optimaler Tiefpass!)
- ▶ beachte: **gleichzeitige Filterung und Auflösungsreduktion**

Originaltextur



$1/64$

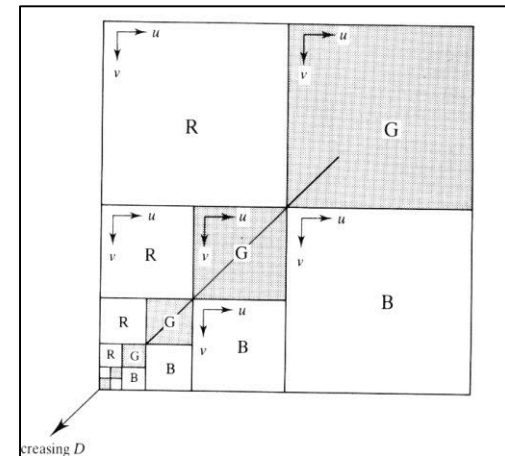
$1/16$

$1/4$

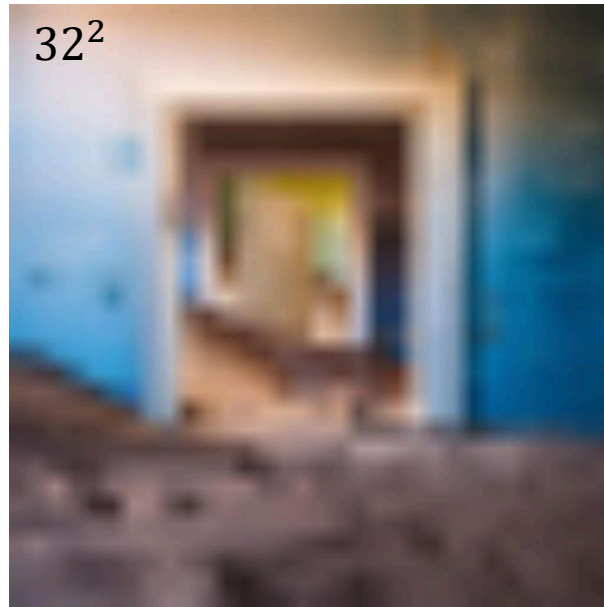
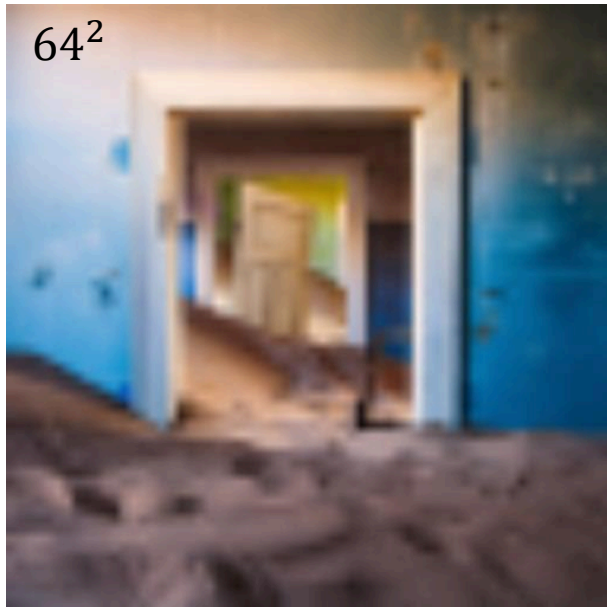
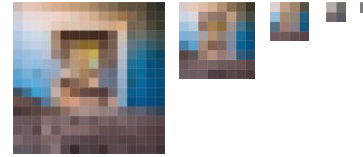
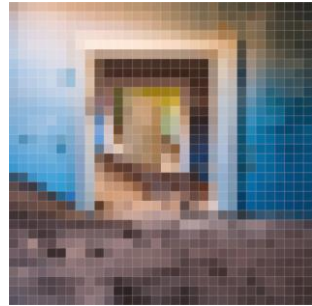
vorgefilterte
Texturen



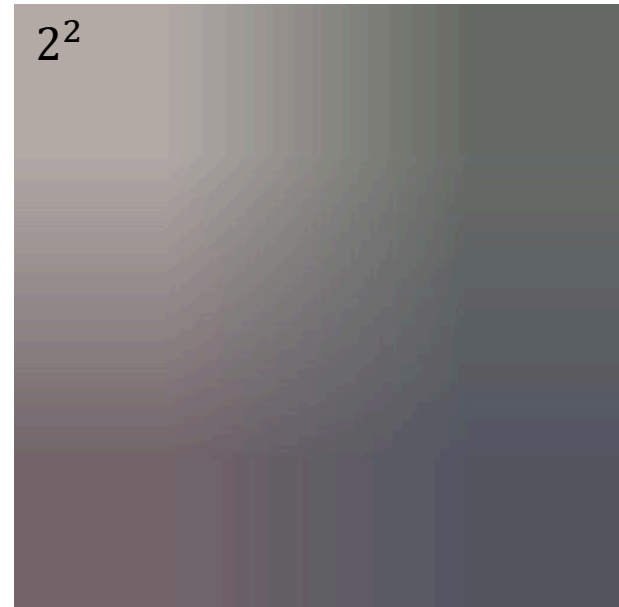
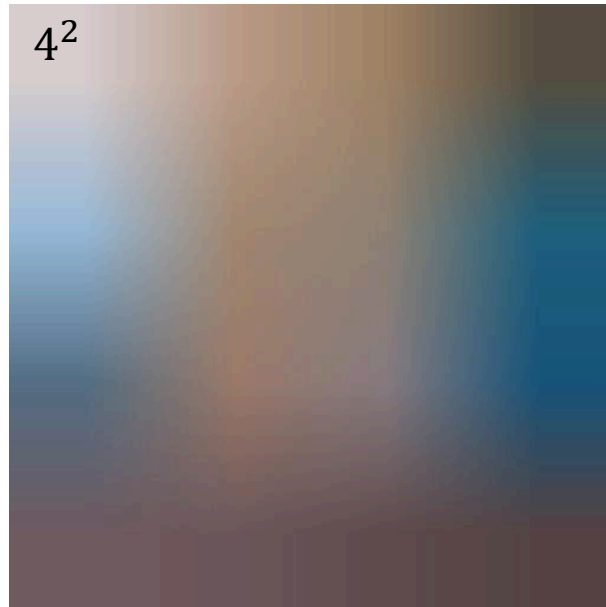
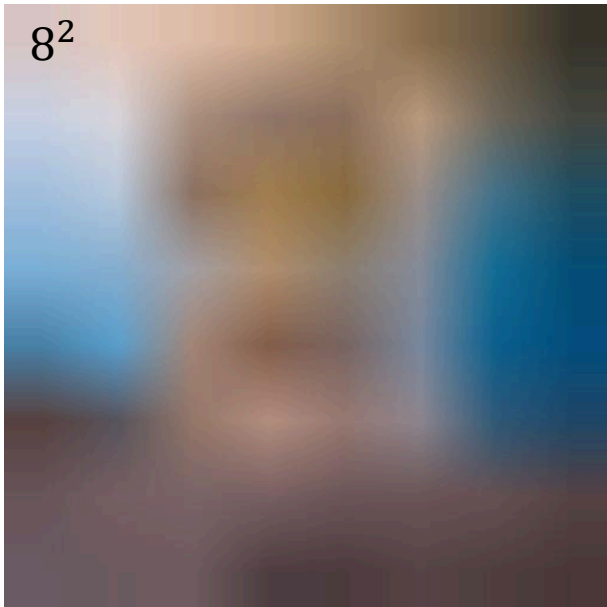
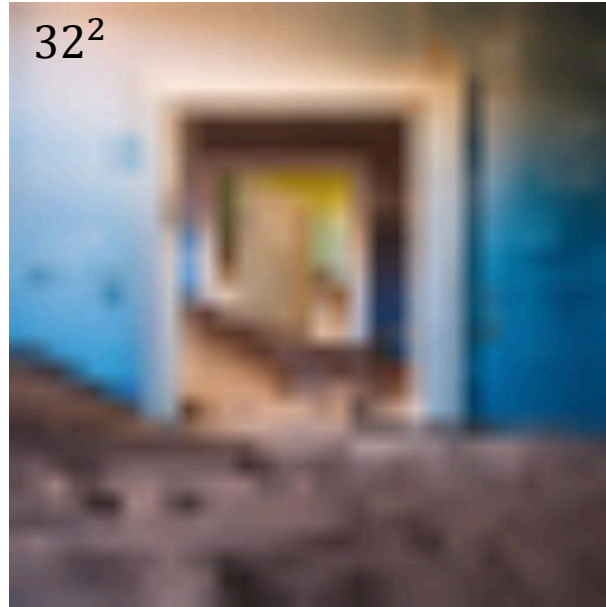
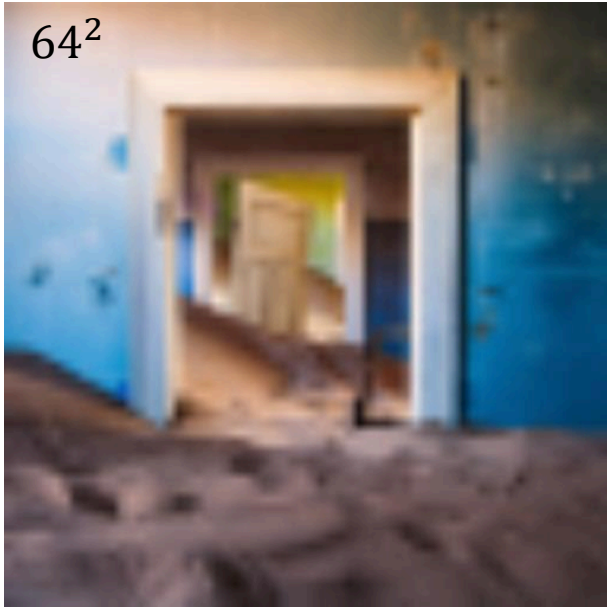
$1/3$ mehr Speicherbedarf



Mip-Mapping – Downsampling und Upsampling

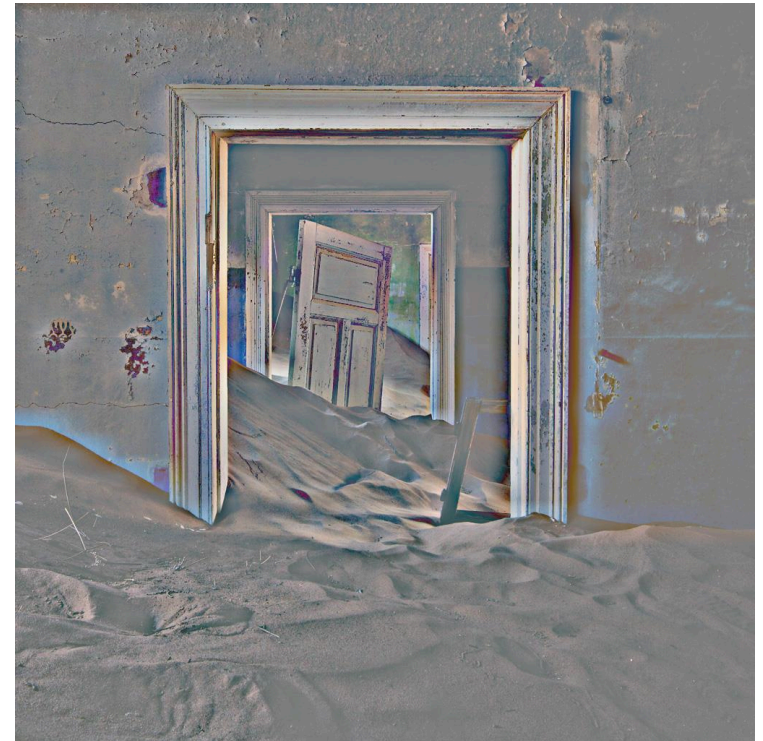


Mip-Mapping – Bilineares Upsampling



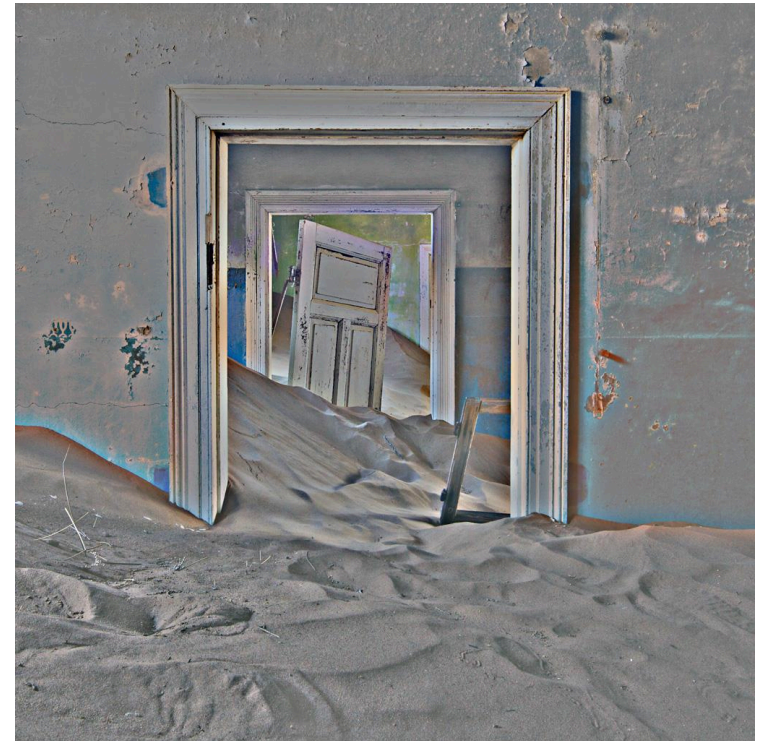
Tiefpass – Hochpass

- ▶ Tiefpass (links):
bilineare Interpolation
der 32^2 Mip-Map-Stufe
- ▶ Hochpass-Filter durch
Differenz (Eingabe-Tiefpass)



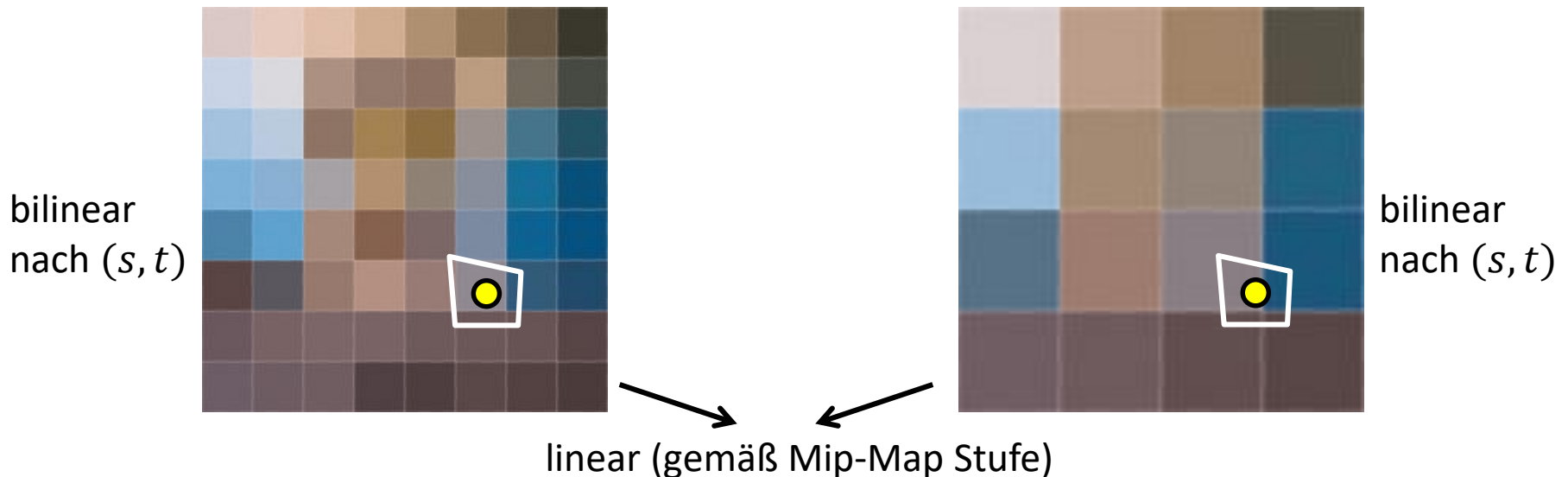
Tiefpass – Hochpass

- ▶ Gauß-Filter als Tiefpass (links)
- ▶ Hochpass-Filter durch Differenz (Eingabe-Tiefpass)



Mip-Mapping

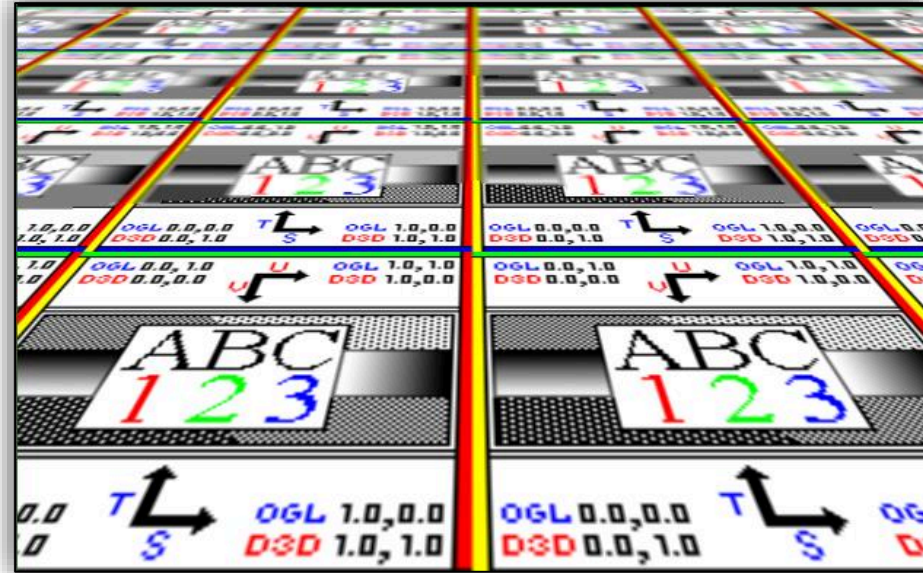
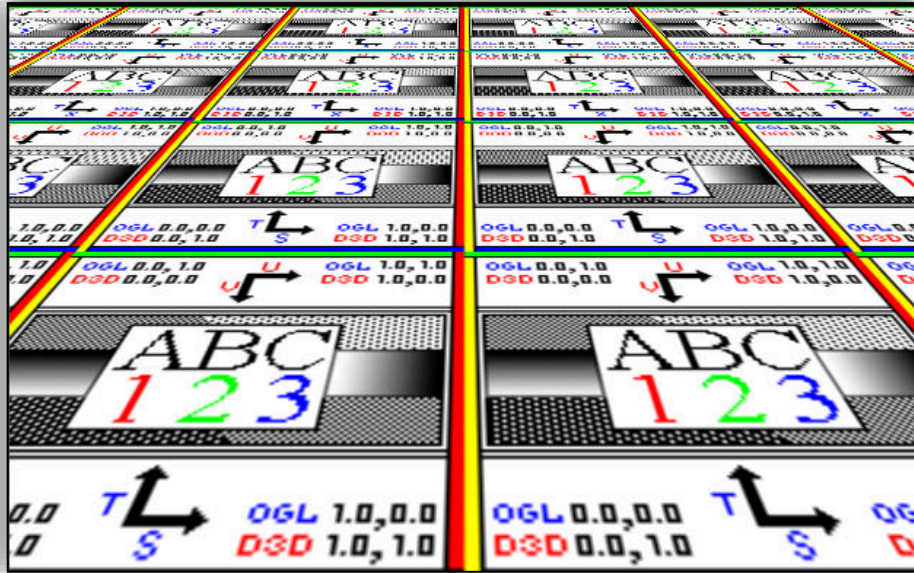
- ▶ wähle Texturauflösung (Mip-Map Stufe n) so, dass
 - ▶ $\text{Texelgröße}(n) \leq \text{Größe Pixelfootprint auf Textur} < \text{Texelgröße}(n + 1)$
(gebräuchliche Regel für die Wahl der Mip-Map Stufe)
 - ▶ $n = \min(n_{max} - 1, \log_2(a \cdot \text{"Footprint-Größe"}))$,
 $n = 0$ entspricht höchster Auflösungsstufe
 - ▶ der endgültige Farbwert wird durch **trilineare Interpolation** zwischen zwei Mip-Map-Stufen (also 8 Texel, je 4 auf einer Stufe) bestimmt
 - ▶ bilinear auf Stufe n , bilinear auf Stufe $n + 1$
 - ▶ anschließend linear zwischen diesen Farben mit Gewicht $n - [n]$



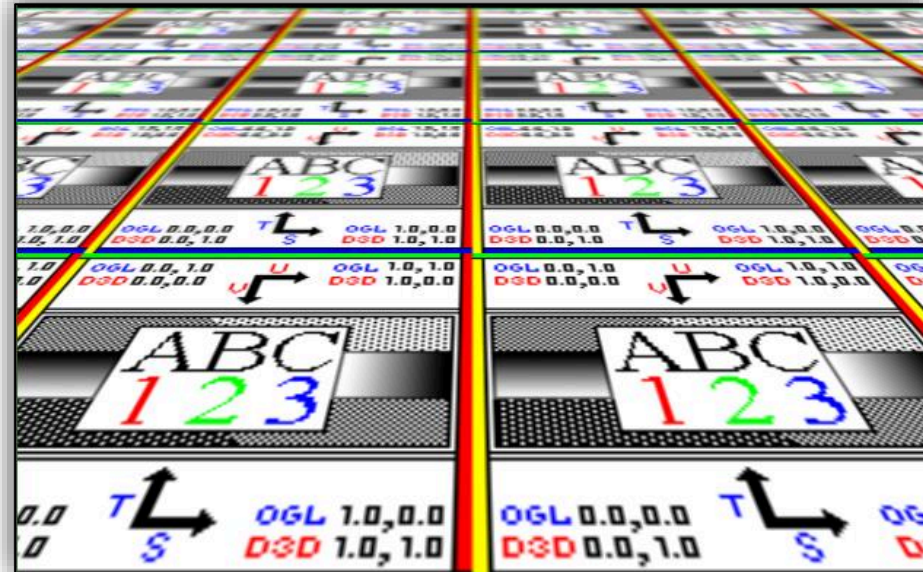
Mip-Mapping *cont.*

ohne Mip-Mapping

1) Mip-Mapping, nur Mip-Level n

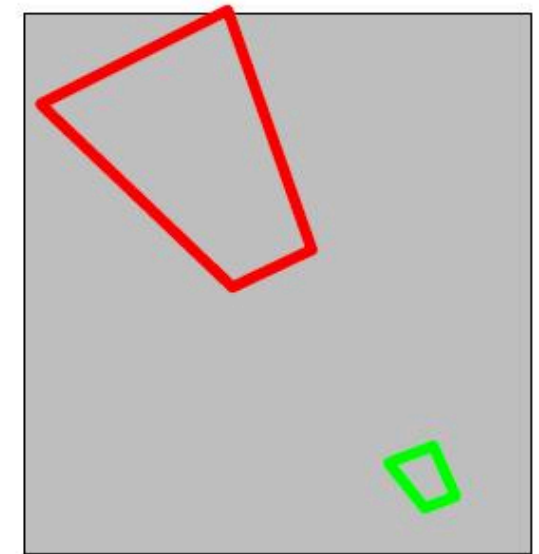
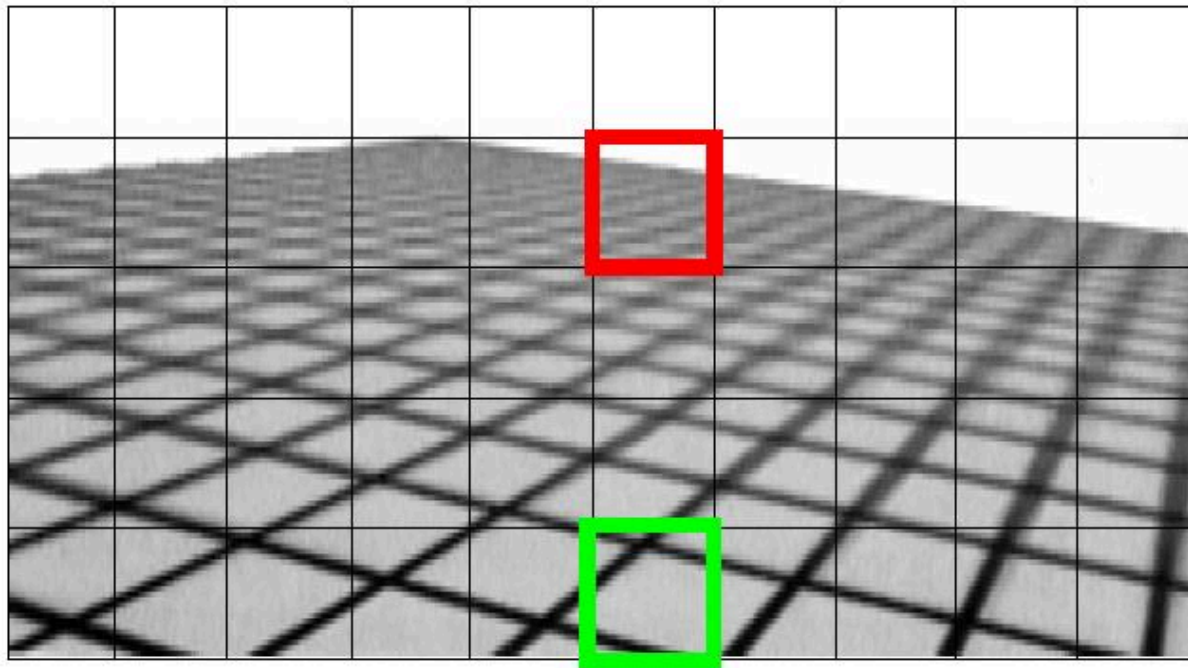


2) Mip-Mapping mit
Mip-Level n und $n + 1$
→ trilineare Interpolation

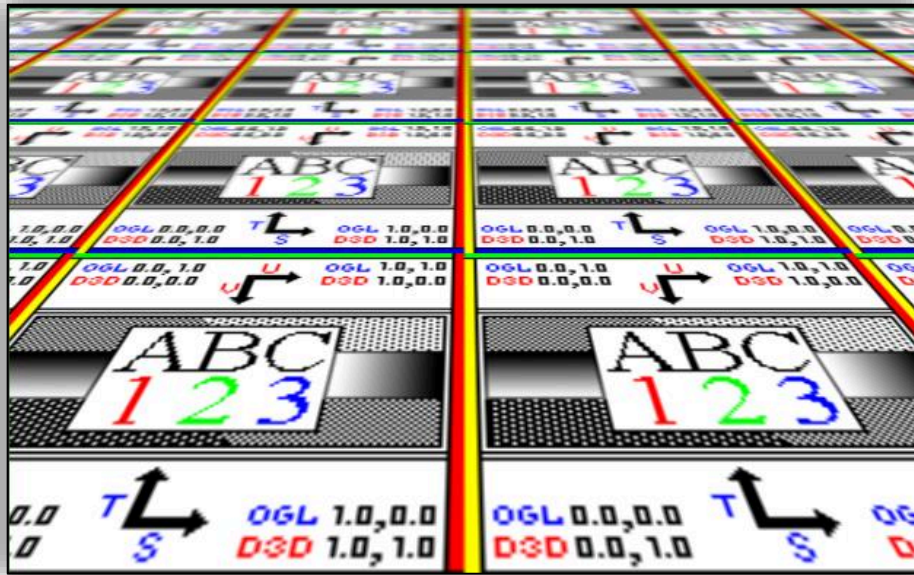


Anisotrope Texturfilterung

- ▶ Mip-Mapping resultiert oft in sehr verwaschenen Details
- ▶ der Abdruck (Footprint) eines Pixels im Texturraum ist oft eher länglich, Vorfilterung bei Mip-Mapping ist aber **isotrop** (gleichförmig in s und t)
- ▶ wie kann man bei der Vorfilterung darauf Rücksicht nehmen?

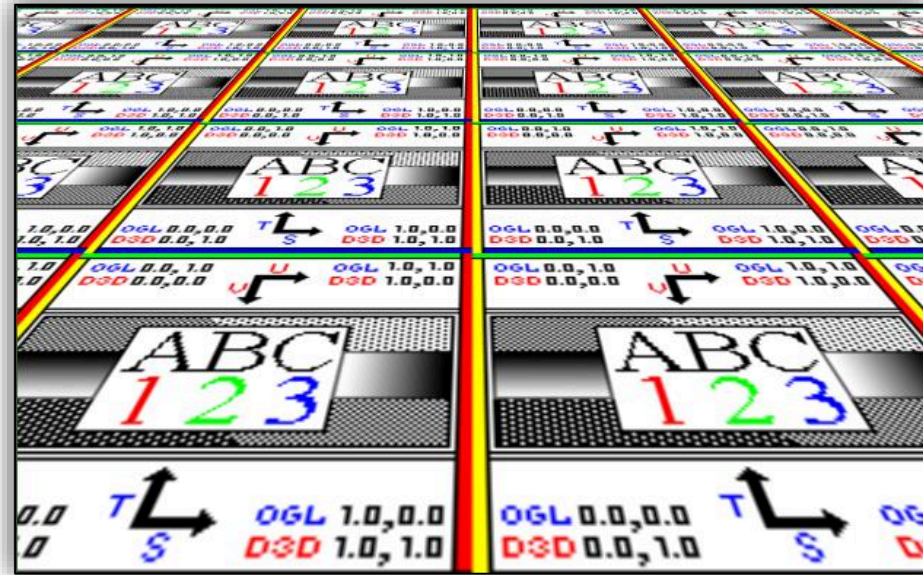


Anisotrope Texturfilterung



Mip-Mapping

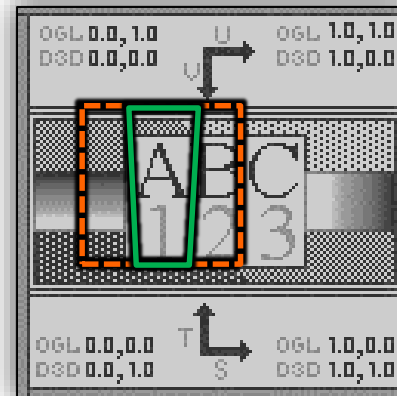
trilineare Interpolation



Anisotrope Texturfilterung




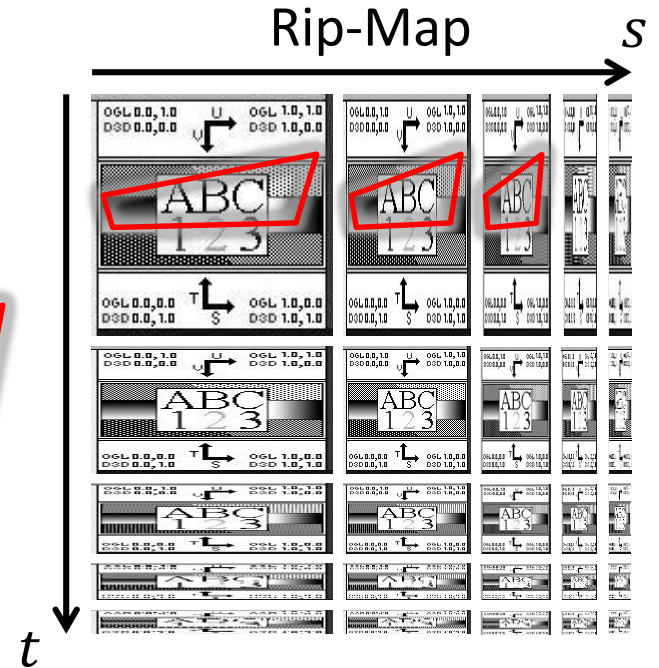
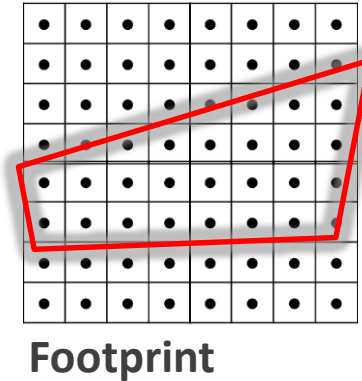
Bildausschnitt



Anisotrope Texturfilterung

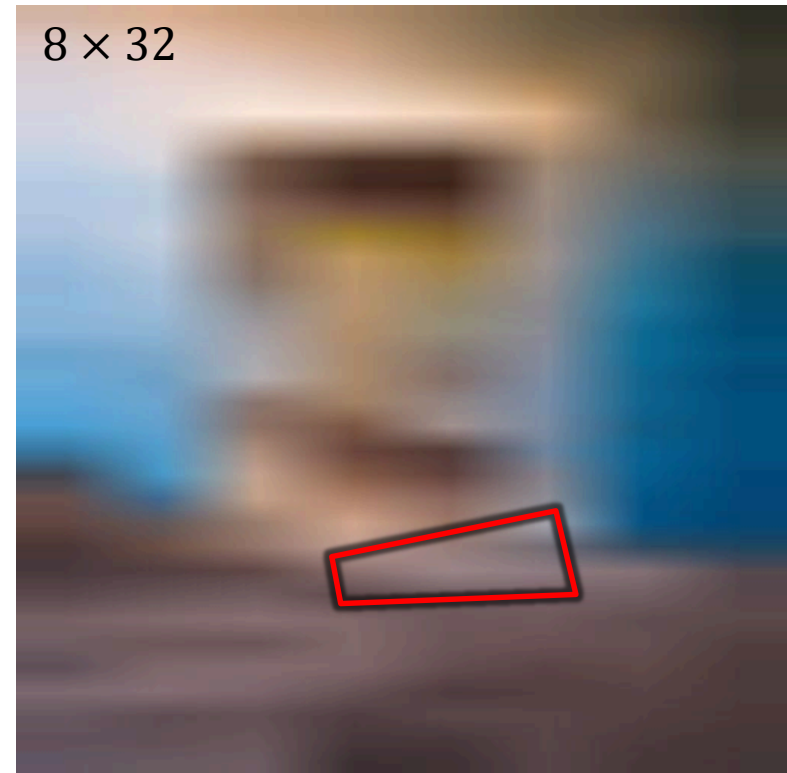
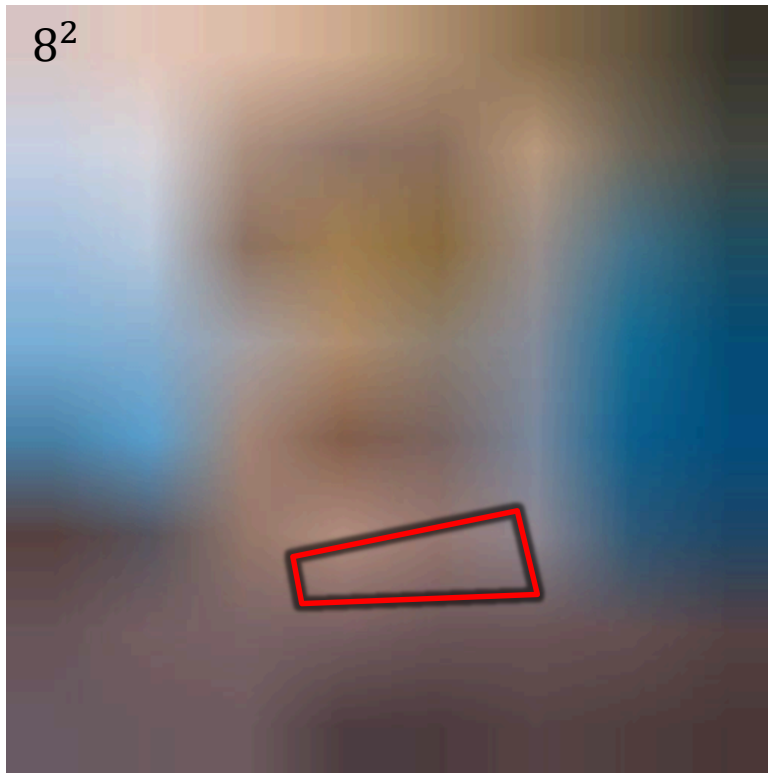
RIP-Maps (Rectangular Mip-Maps, kaum in der Praxis)

- ▶ enthält Vorfilterungen unabhängig in jeder Achse
- ▶ länglicher Abdruck  im Texturraum
→ wähle entsprechend vorgefilterte Textur
- ▶ 4-facher Speicherbedarf
- ▶ löst das Problem nur teilweise und behandelt nur Anisotropie entlang der Achsen




Mip-Mapping – RIP-Mapping

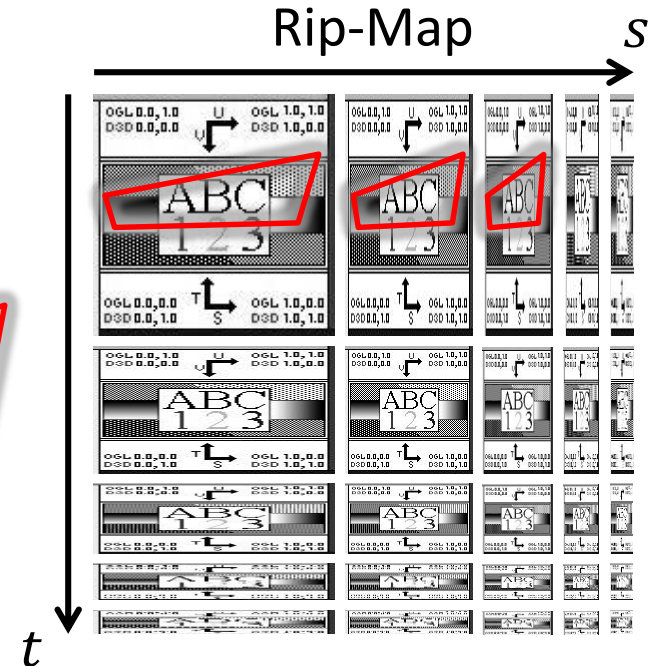
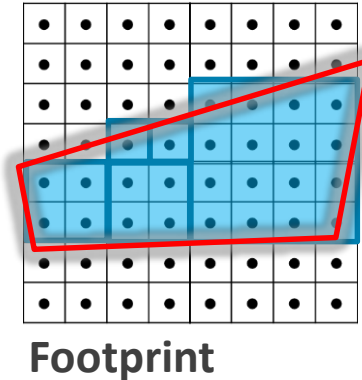
- ▶ Mip-Maps stellen eine isotrope Vorfilterung dar, RIP-Maps eine getrennte Vorfilterung nach s bzw. t
- ▶ Beispiel: unnötige/zu starke vertikale Vorfilterung bei Mip-Maps (links)




Anisotrope Texturfilterung

RIP-Maps (Rectangular Mip-Maps, kaum in der Praxis)

- ▶ enthält Vorfilterungen unabhängig in jeder Achse
- ▶ länglicher Abdruck  im Texturraum
→ wähle entsprechend vorgefilterte Textur
- ▶ 4-facher Speicherbedarf
- ▶ löst das Problem nur teilweise und behandelt nur Anisotropie entlang der Achsen



Anisotrope Filterung in der Praxis (und in Grafik-Hardware)

- ▶ Abtasten des Bereichs durch eine geschickte Kombination von Abtastungen verschiedener Mip-Map-Stufen, typischerweise 8-16 Abtaststellen 
- ▶ noch besser: Approximation und Gewichtung des Footprints mit elliptischem Gauß-Filter (sog. EWA-Filter)

Summed Area Tables (SAT) [Crow84]



- ▶ interessantes Konzept für Summation über größere Bereiche
- ▶ jedes Element s_{mn} einer SAT speichert die Summe aller Elemente darüber und links aus der Eingabetextur/-tabelle
- ▶ benötigt daher höhere Genauigkeit als z.B. 8-Bit pro (Farb-)Wert

$$S_{mn} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij}$$

Eingabe t_{ij}

2	3	2	1
3	0	1	2
1	3	1	0
1	4	2	2

SAT S_{mn}

2	5	7	8
5	8	11	14
6	12	16	19
7	17	23	28

Summed Area Tables (SAT) [Crow84]



- ▶ interessantes Konzept für Summation über größere Bereiche
- ▶ jedes Element s_{mn} einer SAT speichert die Summe aller Elemente darüber und links aus der Eingabetextur/-tabelle
- ▶ benötigt daher höhere Genauigkeit als z.B. 8-Bit pro (Farb-)Wert

$$S_{mn} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij}$$

Eingabe t_{ij}

2	3	2	1
3	0	1	2
1	3	1	0
1	4	2	2

SAT S_{mn}

2	5	7	8
5	8	11	14
6	12	16	19
7	17	23	28

Summed Area Tables (SAT) [Crow84]



- ▶ interessantes Konzept für Summation über größere Bereiche
- ▶ jedes Element s_{mn} einer SAT speichert die Summe aller Elemente darüber und links aus der Eingabetextur/-tabelle
- ▶ benötigt daher höhere Genauigkeit als z.B. 8-Bit pro (Farb-)Wert

$$S_{mn} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij}$$

Eingabe t_{ij}

2	3	2	1
3	0	1	2
1	3	1	0
1	4	2	2

SAT S_{mn}

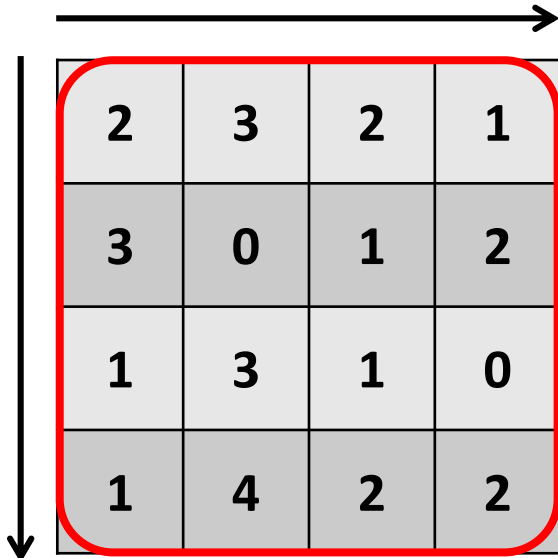
2	5	7	8
5	8	11	14
6	12	16	19
7	17	23	28

Summed Area Tables (SAT) [Crow84]

- ▶ interessantes Konzept für Summation über größere Bereiche
- ▶ jedes Element s_{mn} einer SAT speichert die Summe aller Elemente darüber und links aus der Eingabetextur/-tabelle
- ▶ benötigt daher höhere Genauigkeit als z.B. 8-Bit pro (Farb-)Wert

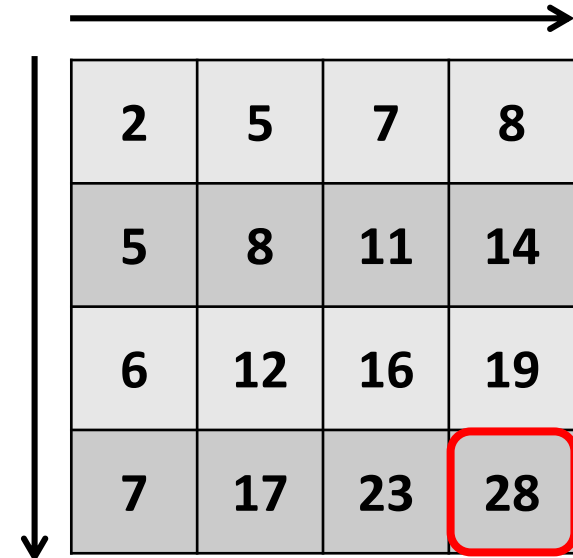
$$S_{mn} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij}$$

Eingabe t_{ij}



2	3	2	1
3	0	1	2
1	3	1	0
1	4	2	2

SAT S_{mn}

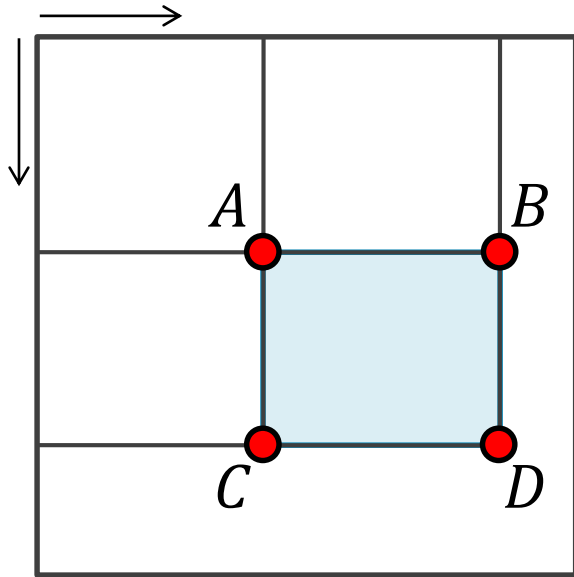


2	5	7	8
5	8	11	14
6	12	16	19
7	17	23	28

Summed Area Tables (SAT) [Crow84]



- ▶ Anwendung: Filterung der Eingabetextur mit einem beliebigen rechteckigen, nach den Achsen ausgerichteten Box-Filter **in konstanter Zeit** (Berechnung der SAT in logarithmischer Zeit möglich)

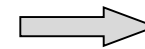


$$A = s_{a_1 a_2} = \sum_{i=1}^{a_1} \sum_{j=1}^{a_2} t_{ij}$$

$$D - B - C + A = \sum_{i=a_1+1}^{d_1} \sum_{j=a_2+1}^{d_2} t_{ij}$$

- ▶ Approximation eines Pixel-Footprints

1	1	2	2
1	2	3	4
2	3	5	6
2	1	6	8



1	2	4	6
2	5	10	16
4	10	20	32
6	13	29	49

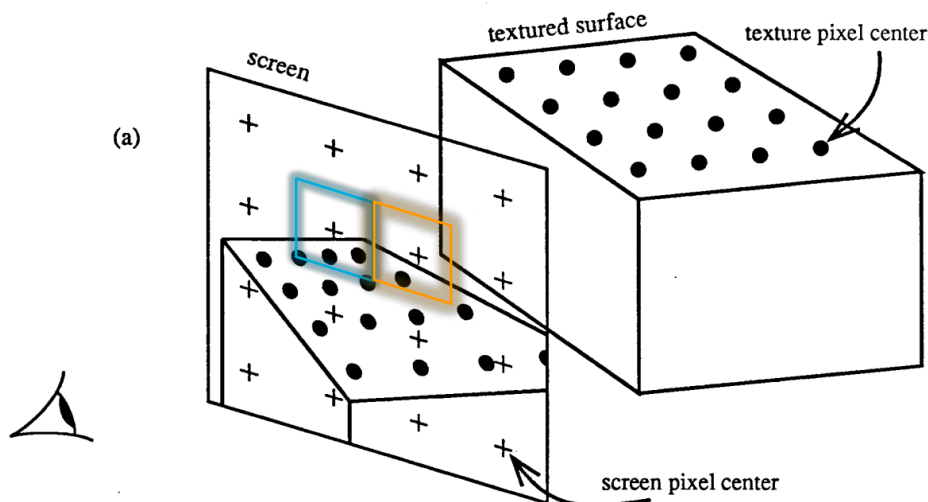
$$2+3+3+5+1+6=20$$

$$29-6-4+1=20$$

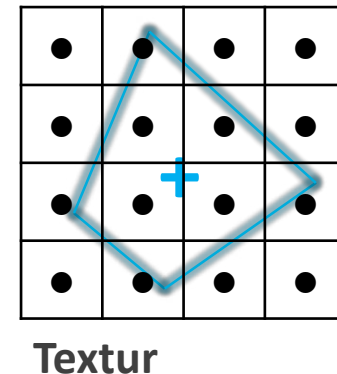
Bestimmung des Footprints

Einfachste Möglichkeit den Footprint zu bestimmen

- ▶ schicke einen Primärstrahl durch die Ecken eines Pixels oder betrachte einen 2×2 Pixelblock und bestimme die 4 Texturkoordinaten (was tun an einer Objektkante? gleich!)
- ▶ Differenz der Texturkoordinaten liefert Größe/Form des Footprints
 - ▶ Mip-Mapping: bestimme $\max(\text{Breite}, \text{Höhe})$ und daraus n
 - ▶ Rip-Mapping, SAT: betrachte Breite und Höhe separat
- ▶ Textur-Lookup an berechneter Stelle mit entsprechender Filterung



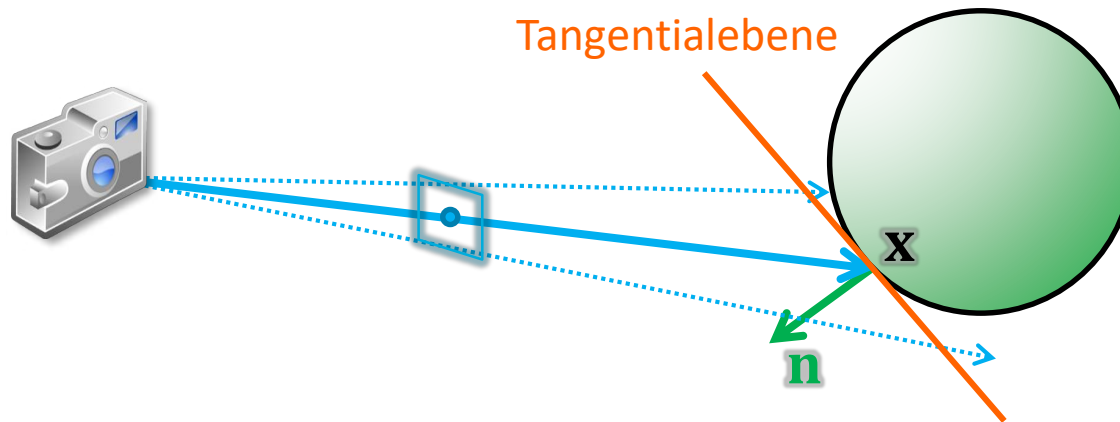
Abdruck („Footprint“) eines Pixels im Texturraum



Bestimmung des Footprints

Grundidee der sogenannten *Ray Differentials*

- ▶ Schnitt eines Primärstrahls mit einem Objekt liefert
 - ▶ Position \mathbf{x} und Normale \mathbf{n} → definieren Tangentialebene
 - ▶ i.d.R. affine Abbildung zwischen Texturcoordinate und Position
 - ▶ betrachte die Veränderung der Texturkoordinaten (Ableitung nach den Bildschirmachsen, z.B. wieder über Differenzen)
 - ▶ bestimme daraus Größe/Form des Footprints
 - ▶ lässt sich verallgemeinern und fortsetzen für Spiegelungen, Transmission etc.



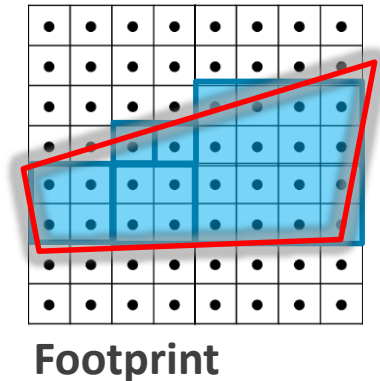
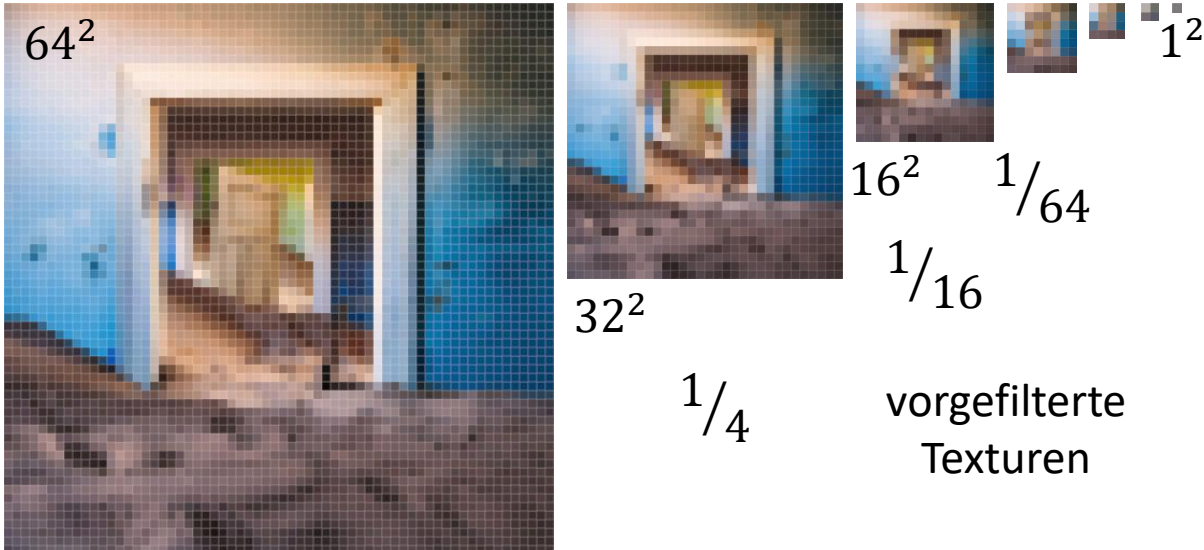
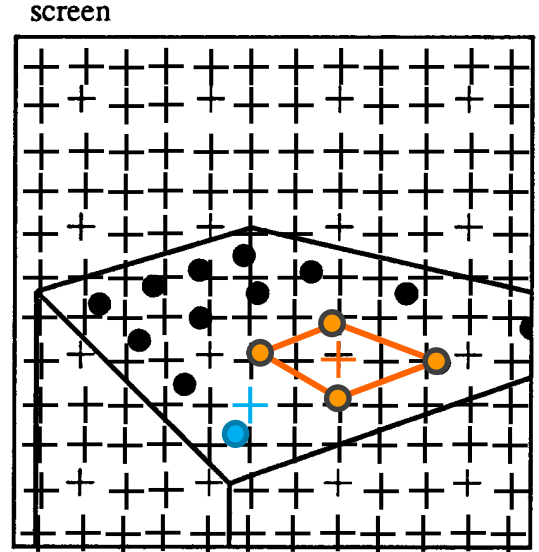
Zusammenfassung Textur-Filterung

Vergrößerung (Magnification)

- ▶ bilineare Interpolation:
Interpolation der 4 nächsten Texel

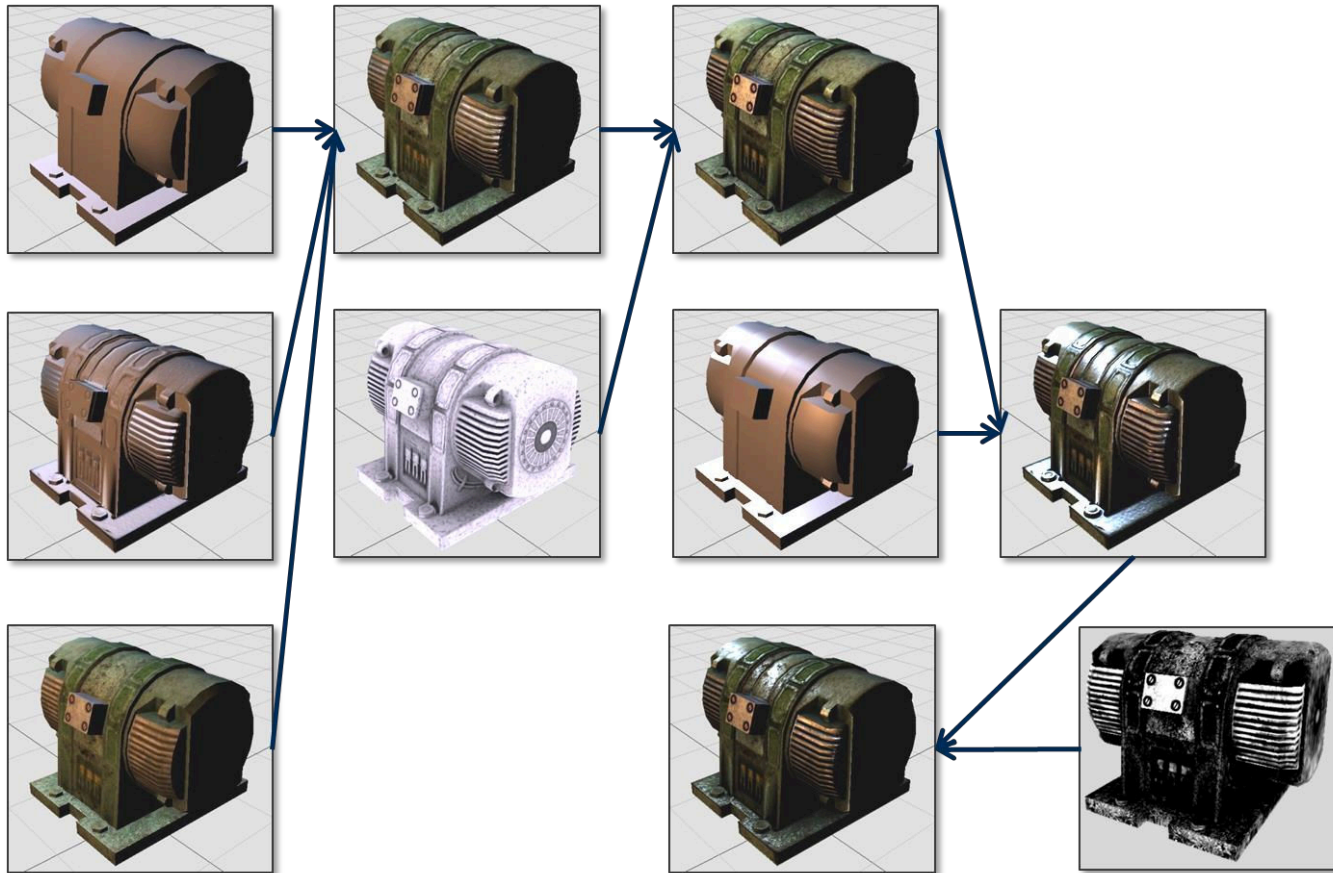
▶ Verkleinerung (Minification)

- ▶ Vorfilterung statt Überabtasten
- ▶ Mip-Mapping + trilineare Interpolation
- ▶ anisotrope Texturfilterung



Multitexturing Beispiel

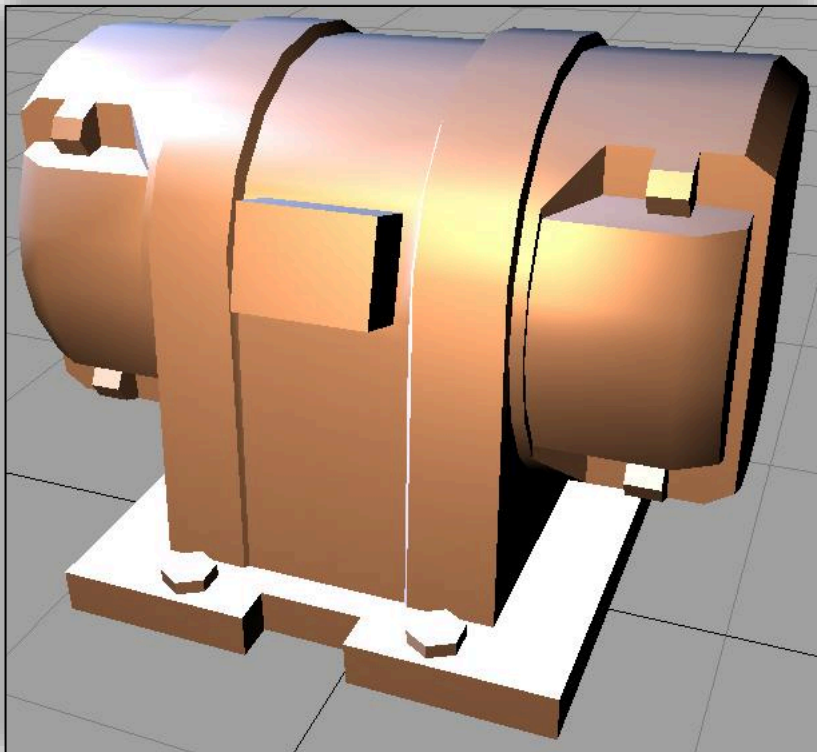
- ▶ „komplexe“ optische Effekte durch Kombinationen mehrerer Texturen
- ▶ Texturen enthalten auch andere Informationen, nicht nur Farbe
- ▶ mehrere Texturen → ggf. mehrere Texturkoordinaten pro Vertex



Diffuse Textur

- ▶ Kontrolle der Eigenfarbe eines Materials
- ▶ Bsp. Phong-Beleuchtungsmodell: k_d aus Textur

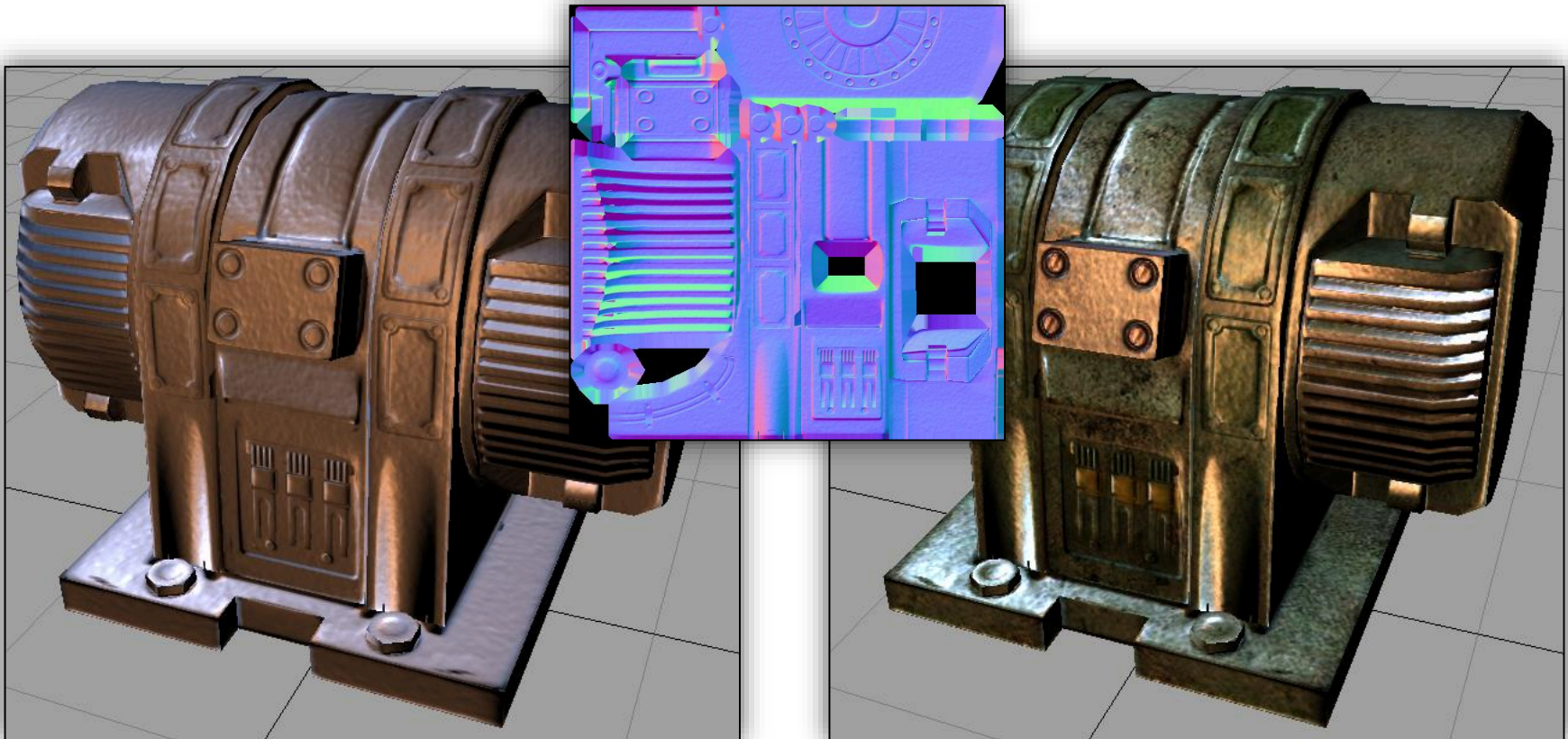
$$I = k_a \cdot I_L + k_d \cdot I_L \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) + k_s \cdot I_L \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{V})^n$$



Bump oder Normal Mapping

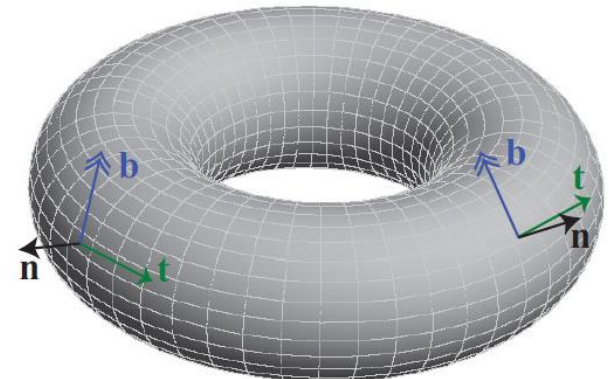
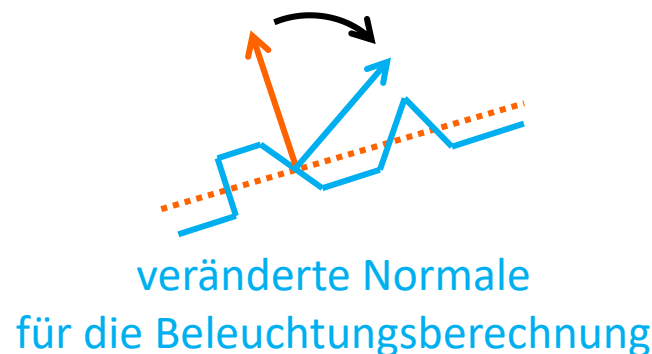
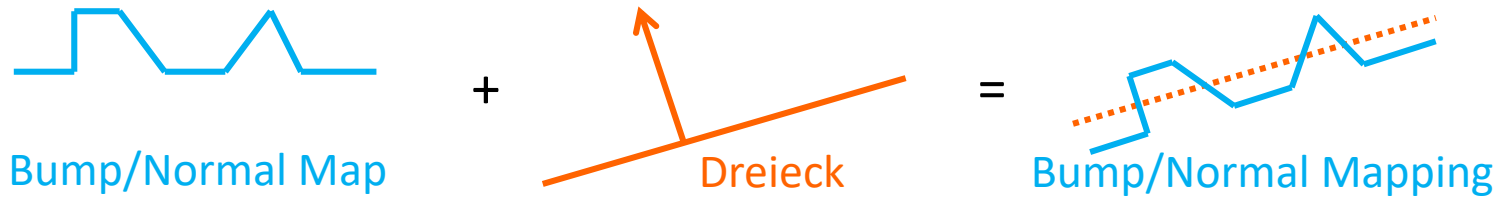
- ▶ Variation der Normale einer Oberfläche
- ▶ verändertes \mathbf{N} aus Textur (und dementsprechend auch anderes \mathbf{R})

$$I = k_a \cdot I_L + k_d \cdot I_L \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) + k_s \cdot I_L \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{V})^n$$



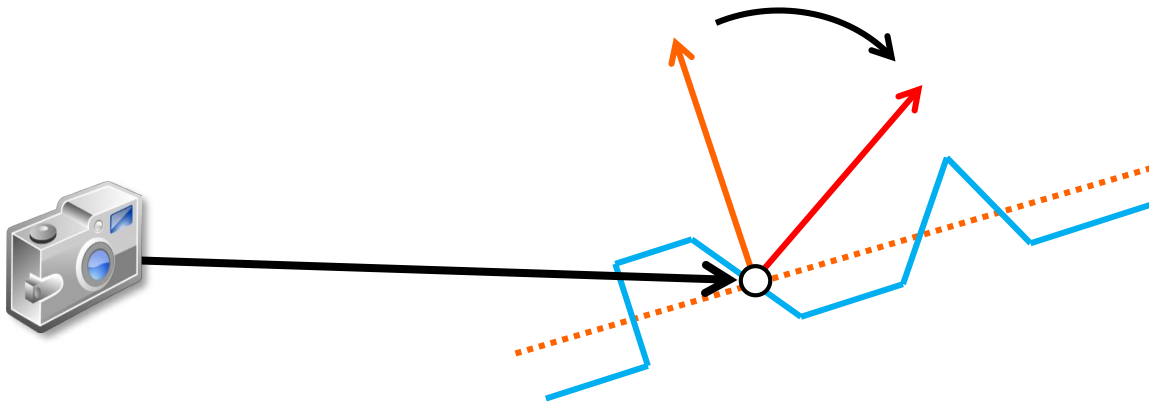
Bump oder Normal Mapping

- ▶ Variation der Normale einer Oberfläche berechnet aus der Veränderung einer Basisfläche durch eine **Bump Map** oder **Normal Map**
- ▶ Fläche bleibt aber geometrisch flach und **nur die Normalen variieren**
- ▶ Berechnung meist im sog. Tangentenraum (siehe KoSys auf Torus)



Bump oder Normal Mapping

- ▶ ... erzeugen eine Inkonsistenz bei der Schattierungsrechnung, die bei physikalisch-basierter Bildsynthese zu Problemen führt: den Schnittpunkt mit einer Fläche mit dieser Normale hätte es nie geben dürfen!
- ▶ daher unterscheidet man im Rendering auch Shading-Normalen und geometrische Normalen

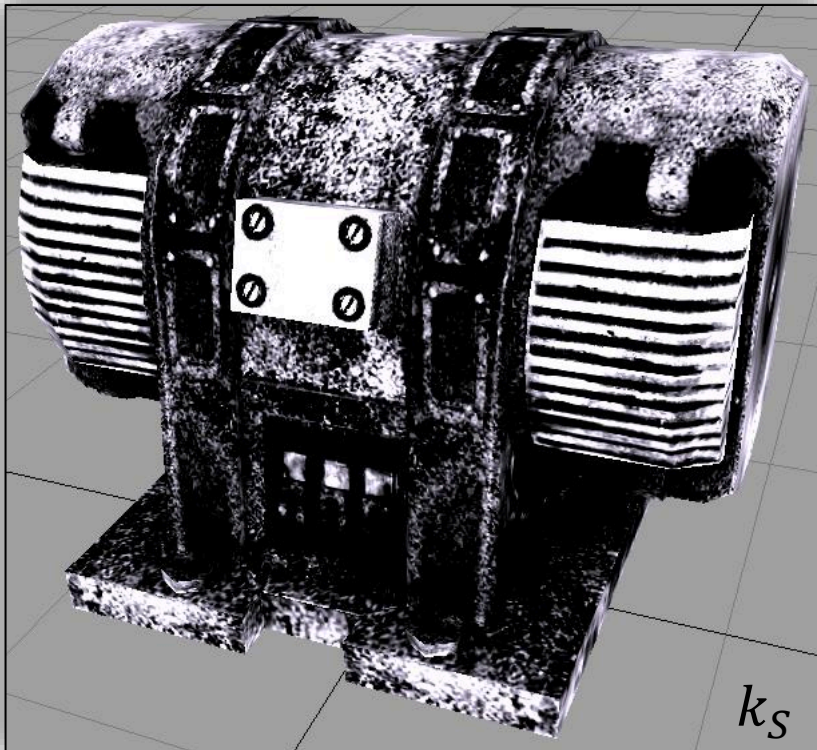


veränderte, **eigentlich unzulässige** Normale
für die Beleuchtungsberechnung

Gloss-Map / Gloss-Textur

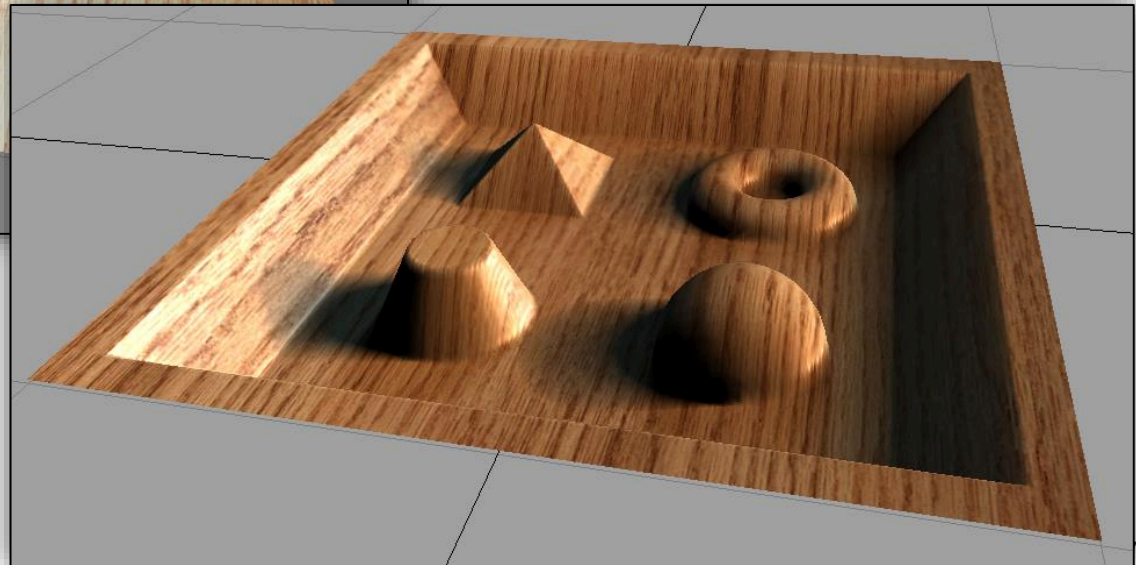
- ▶ Kontrolle der Stärke und Streuung der spekularen Reflexion
- ▶ Bsp. Phong-Beleuchtungsmodell: k_s und n aus Textur

$$I = k_a \cdot I_L + k_d \cdot I_L \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) + k_s \cdot I_L \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{V})^n$$



Displacement Mapping

- ▶ Verschiebung der Oberfläche und Änderung der Normale
- ▶ mehr als nur Änderung der Beleuchtungsberechnung
- ▶ z.B. durch Geometrie-Tessellierung und Verschiebung (GPU-unterstützt)



Beispiel Tessellation – Unigine Benchmark



Eingabegeometrie vor der Unterteilung durch die Tessellation-Einheit



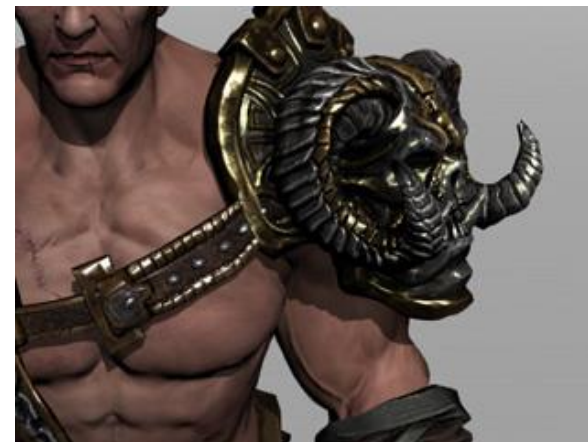
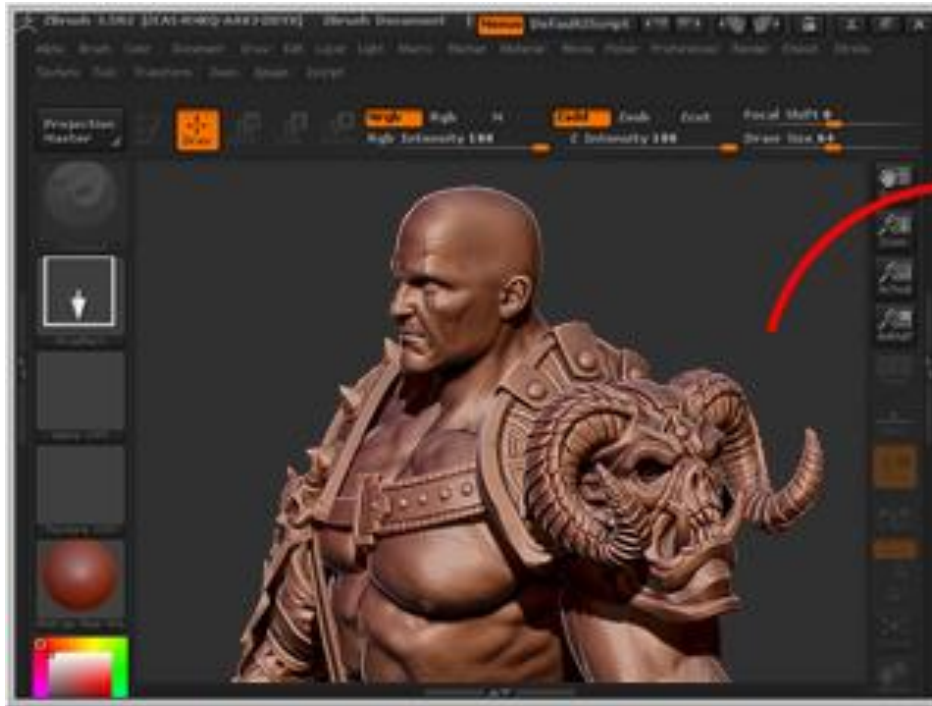
Beispiel Tessellation – Unigine Benchmark



Displacement Mapping: Unterteilung und Verschiebung der neuen Vertizes

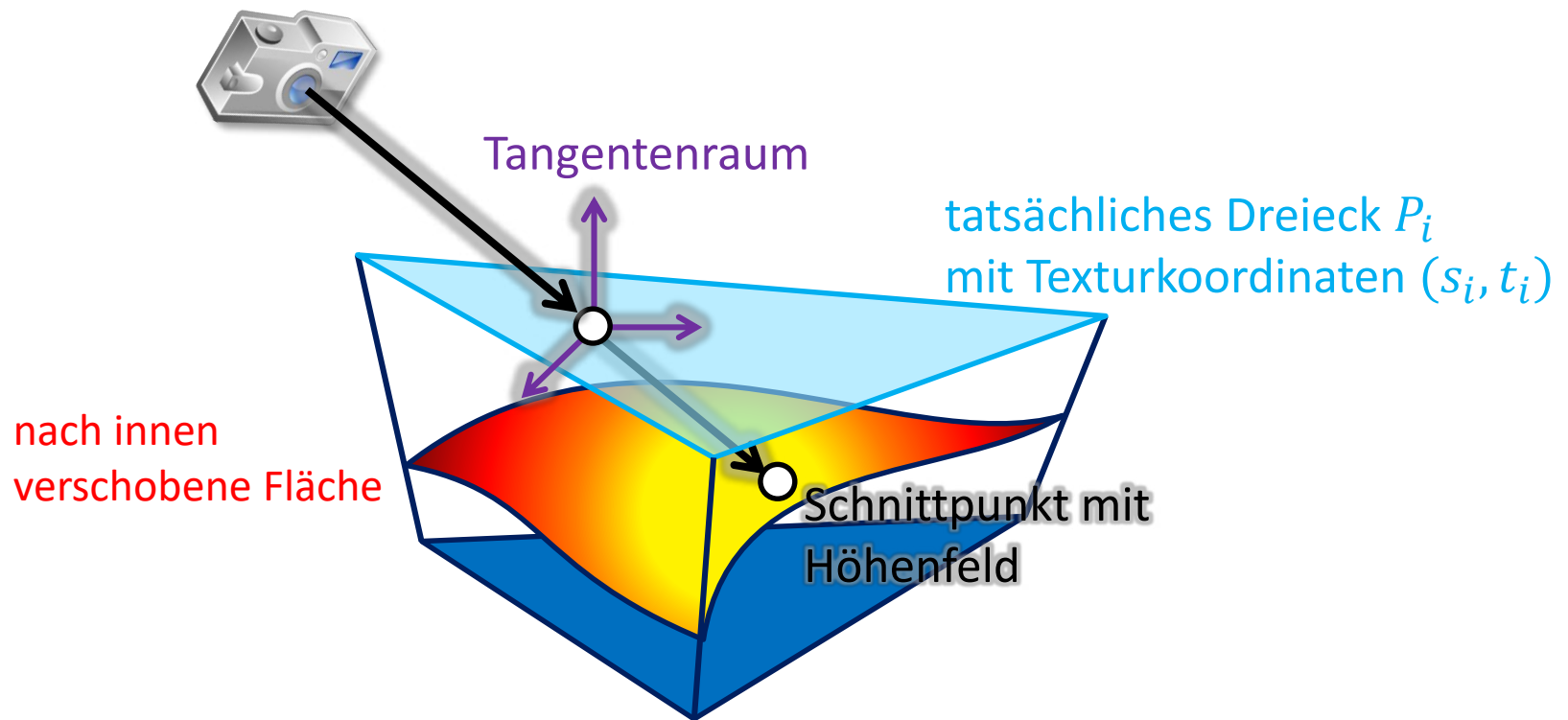


Vector Displacement Maps (Sculpting in Zbrush)



Inverse Displacement Mapping

- ▶ besonders schnelle Approximation geeignet um Oberflächendetails darzustellen (Silhouetten sind mit dieser Technik meist problematisch)
- ▶ Geometrie wird nicht wirklich erzeugt: führe Schnittpunktberechnung stattdessen im Texturraum durch (siehe z.B. Parallax Occlusion Mapping)



Ambient Occlusion

- ▶ Kontrolle der ambienten Beleuchtung (Umgebungslicht)
- ▶ k_a aus Textur, meistens wird auch der diffuse Term modifiziert

$$I = k_a \cdot I_L + k_d \cdot I_L \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) + k_s \cdot I_L \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{V})^n$$

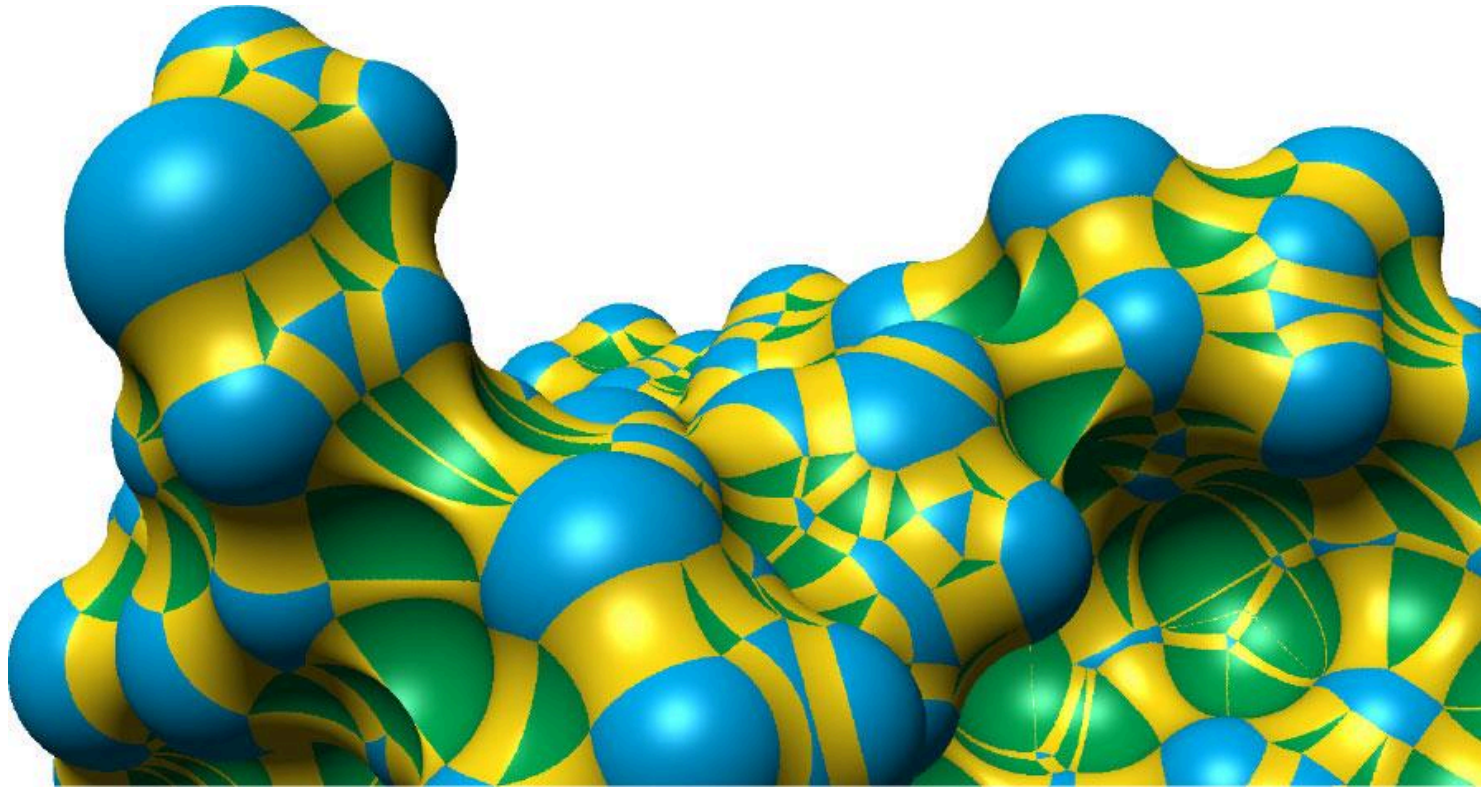


Ambient Occlusion

- ▶ Beispiel aus der Visualisierung: Solvent Excluded Surface

Bild: Interactive GPU-based generation of solvent-excluded surfaces, Hermosilla et al., The Visual Computer, 2017

- ▶ Anmerkung: Ambient Occlusion muss nicht in einer Textur gespeichert werden, häufig auch zur Laufzeit berechnet/approximiert

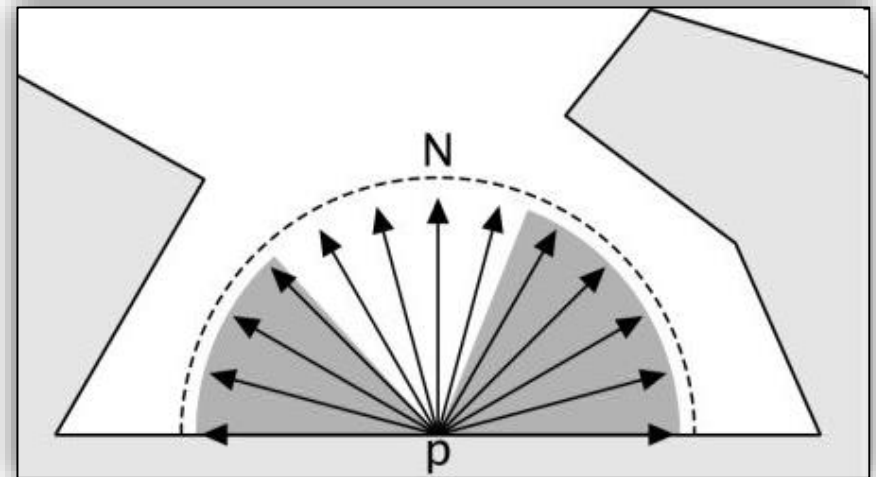


Ambient Occlusion

- ▶ Kontrolle der ambienten Beleuchtung (Umgebungslicht)
- ▶ k_a aus Textur, meistens wird auch der diffuse Term modifiziert

$$I = k_a \cdot I_L + k_d \cdot I_L \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) + k_s \cdot I_L \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{V})^n$$

- ▶ Vorberechnung: wie viel Licht aus der Umgebung trifft auf einen Oberflächenpunkt?
- ▶ ... mittels Raycasting: welcher Teil der Strahlen trifft keine Geometrie in der Nähe
- ▶ bei Vorberechnung von AO: gespeichert pro Vertex (wenn ausreichend fein tesselliert) oder ...



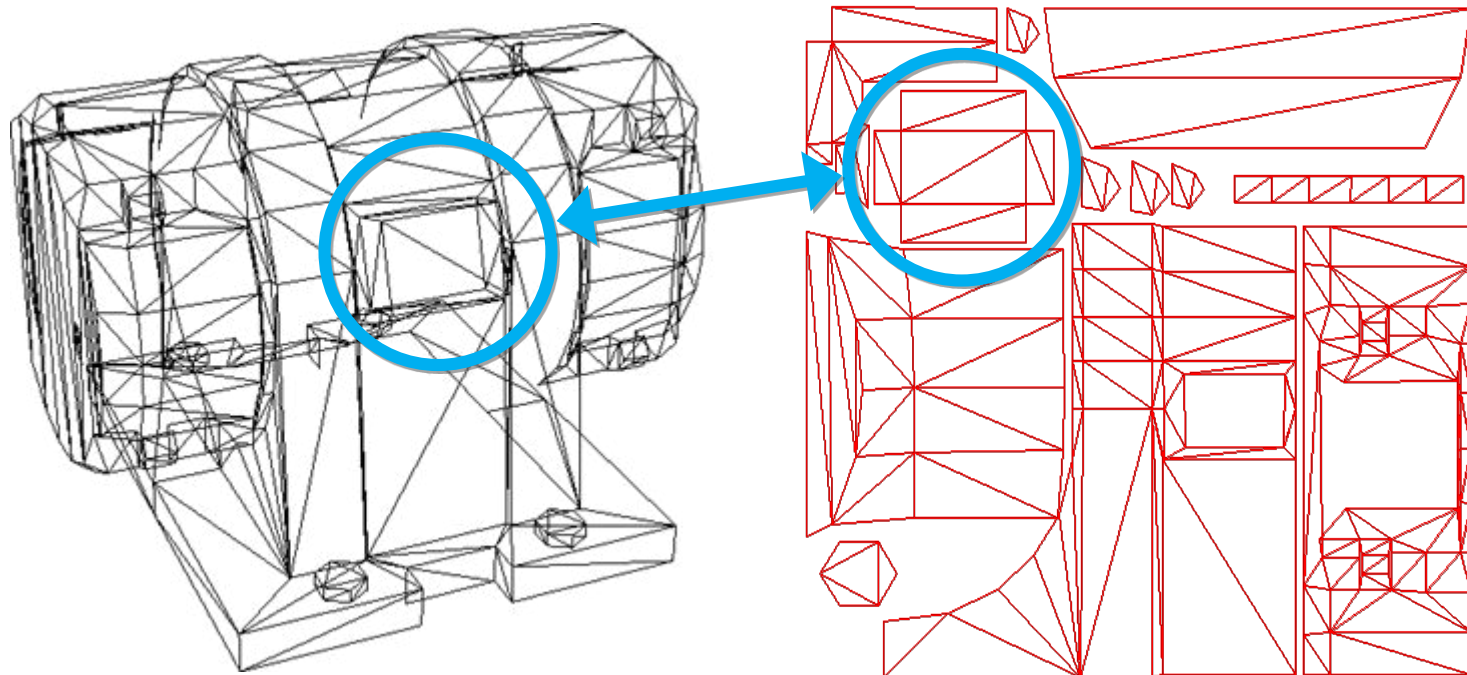
[24]

- ▶ Textur-Atlas: spezielle (bijektive) Parametrisierung
 - ▶ jedem Oberflächenpunkt entspricht eine Stelle in der Textur
 - ▶ keine Stelle der Textur taucht an mehr als einem Oberflächenpunkt auf (Ausnahme bei symmetrischen Objekten)
- ▶ Erstellung aufwändig per Hand oder automatisch (Zerschneiden und Ausrollen des Netzes, Verzerrung vs. Anzahl der Schnitte)

z.B. <https://github.com/microsoft/UVAtlas>



- ▶ Textur-Atlas: spezielle (bijektive) Parametrisierung
 - ▶ jedem Oberflächenpunkt entspricht eine Stelle in der Textur
 - ▶ keine Stelle der Textur taucht an mehr als einem Oberflächenpunkt auf (Ausnahme bei symmetrischen Objekten, z.B. der Generator unten)
- ▶ Erstellung aufwändig per Hand oder automatisch (Zerschneiden und Ausrollen des Netzes, Verzerrung vs. Anzahl der Schnitte)



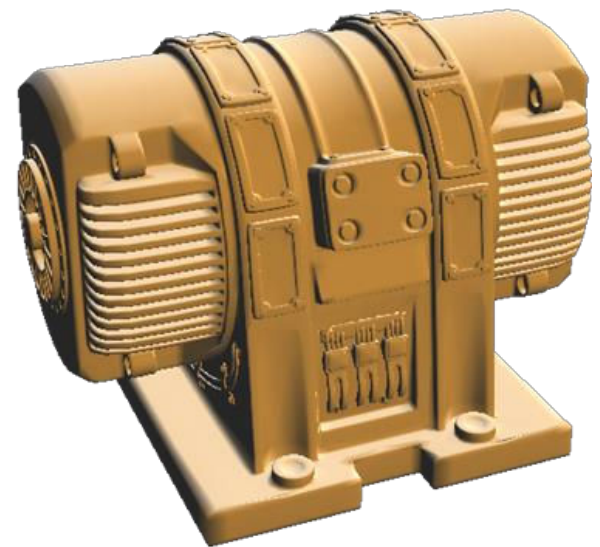
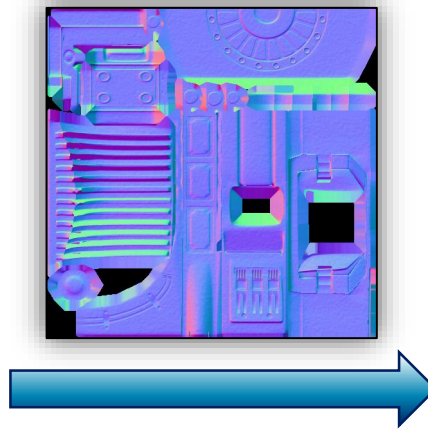
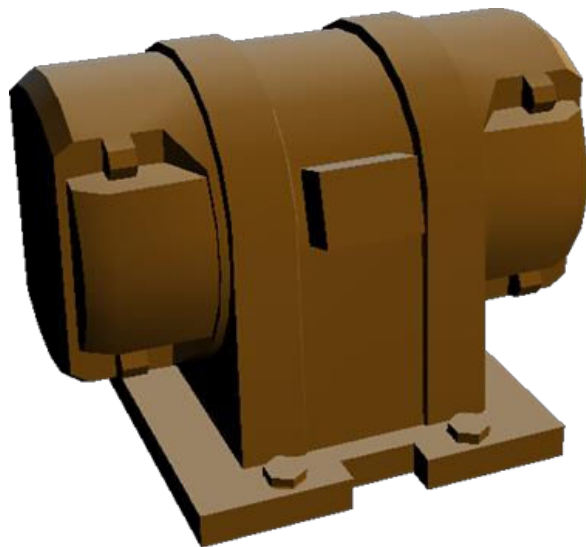
- ▶ Textur-Atlas: spezielle (bijektive) Parametrisierung
 - ▶ jedem Oberflächenpunkt entspricht eine Stelle in der Textur
 - ▶ keine Stelle der Textur taucht an mehr als einem Oberflächenpunkt auf (Ausnahme bei symmetrischen Objekten, z.B. der Generator unten)
- ▶ Erstellung aufwändig per Hand oder automatisch (Zerschneiden und Ausrollen des Netzes, Verzerrung vs. Anzahl der Schnitte)



Anwendungen

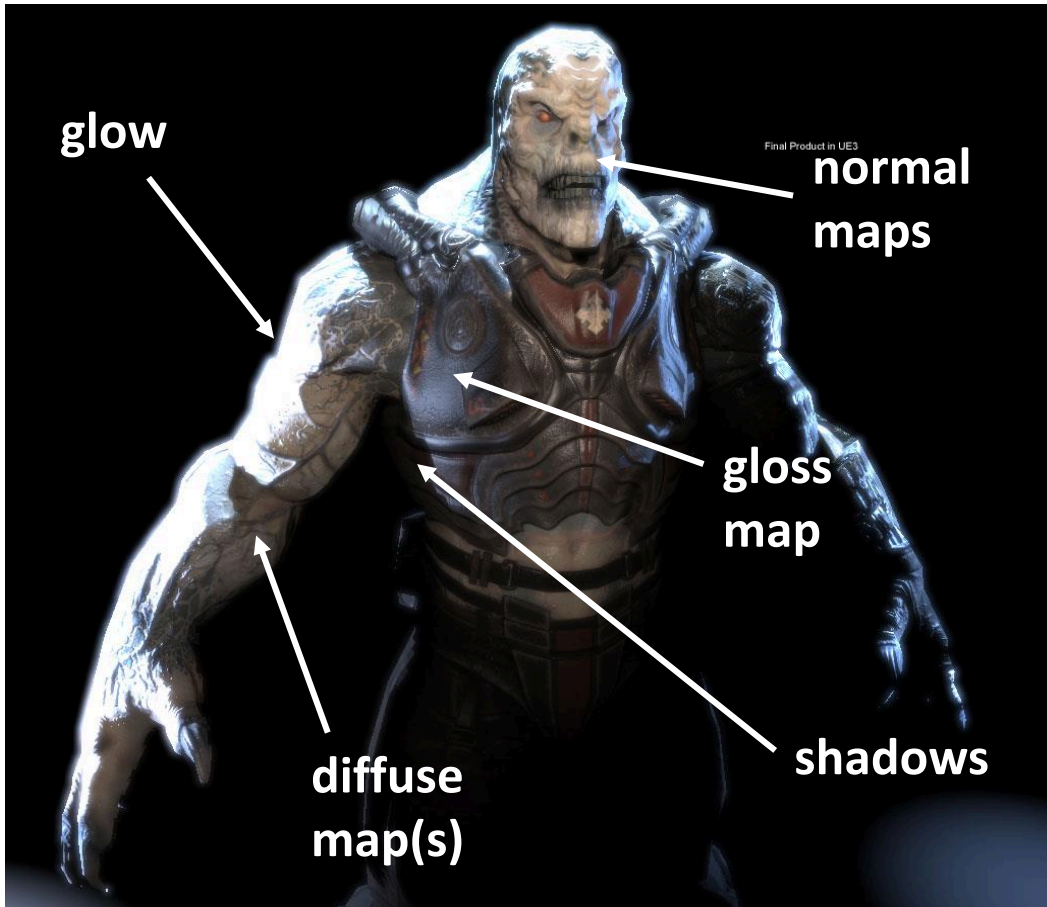
- ▶ Speichern einer Funktion/Daten auf der Oberfläche: Ambient Occlusion
- ▶ „Painting“: Erstellen der Textur direkt auf dem Objekt
- ▶ Berechnung von Normal-Maps (für Bump/Normal-Mapping) aus fein aufgelösten Dreiecksnetzen
- ▶ Vorsicht bei Textur-Filterung und Mip-Mapping!

Normal-Map
(Normalen im Tangentenraum)



Texturen und Beleuchtungstechniken

► Bild: Unreal Engine



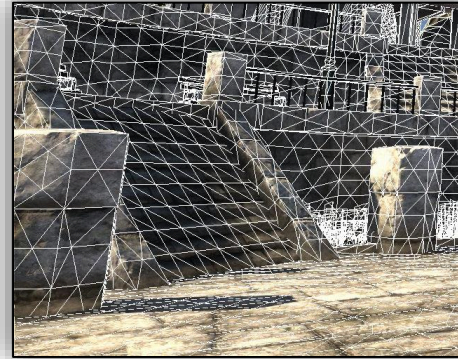
Bump/Normal Mapping

- ▶ Veränderung bzw. Ersetzen der Normale für die Beleuchtungsberechnung



Displacement Mapping

- ▶ (Unterteilung und) Veränderung der Geometrie mit Texturinformation



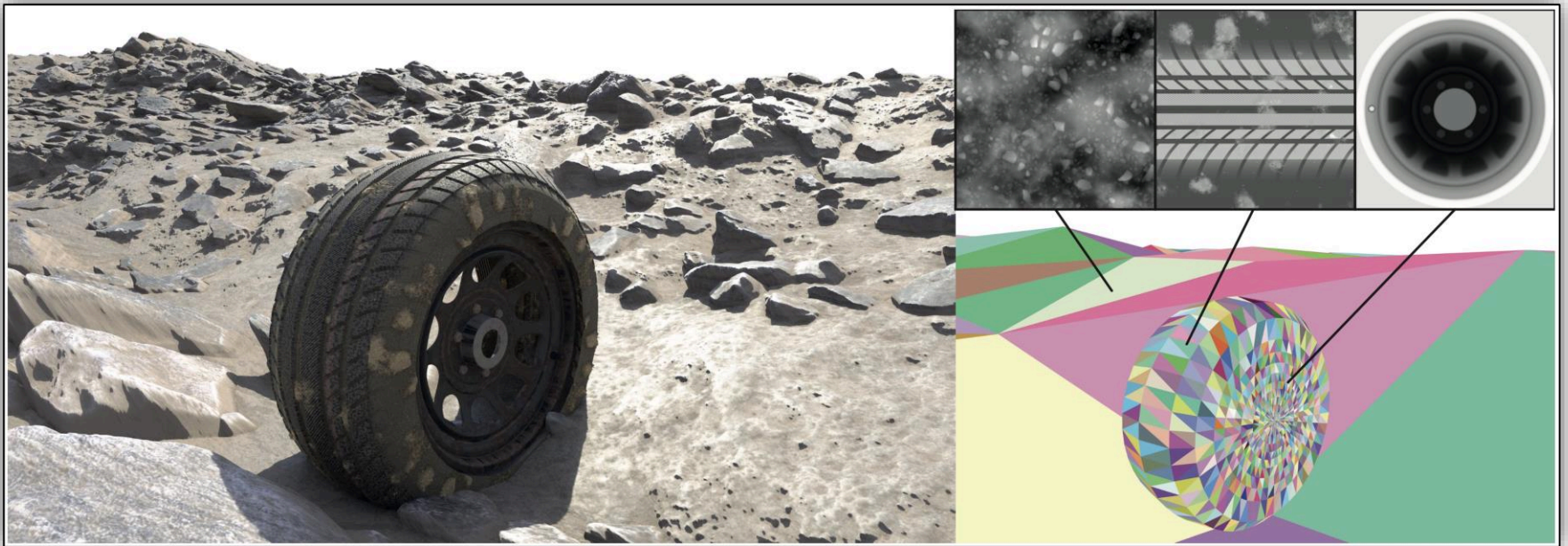
Textur-Atlanten

- ▶ Ambient Occlusion, Farbe, Normal Maps, ...
- ▶ Achtung bei (Vor-)Filterung



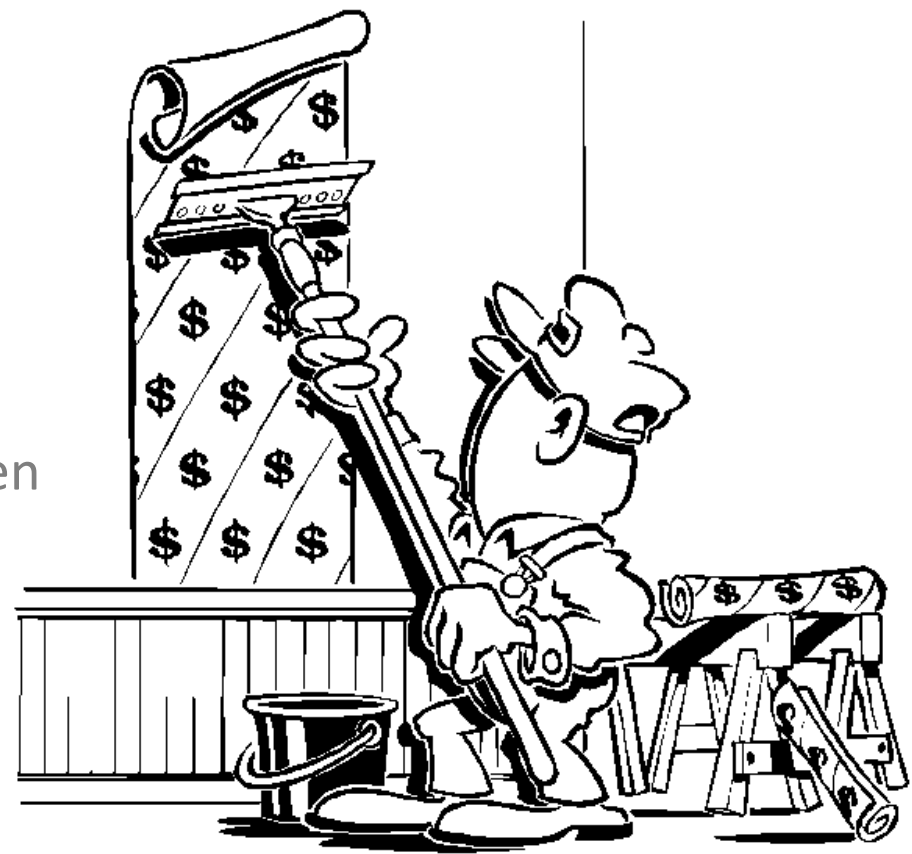
Beispiel: Aktuelle Forschung

- ▶ **RMIP: Displacement ray tracing via inversion and oblong bounding**
Théo Thonat, Iliyan Georgiev, François Beaune, Tamy Boubekeur
Adobe Research, SIGGRAPH Asia 2023
- ▶ Datenstruktur: rectangular minmax image pyramid (RMIP), um Minimum und Maximum in einem rechteckigen Bereich der Displacement Map zu bestimmen



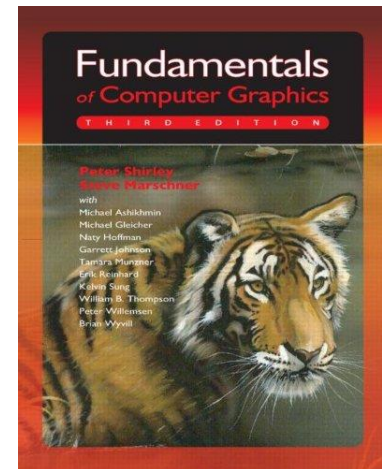
Inhalt

- ▶ Einführung, Texturquellen
- ▶ Abbildung, Parametrisierung, Texturkoordinaten
- ▶ Filterung von Texturen
- ▶ Texturen und Beleuchtungstechniken
- ▶ „Sonstiges“
- ▶ Environment-Mapping und bildbasierte Beleuchtung
- ▶ Shadow Mapping (eigentlich später)



[1]

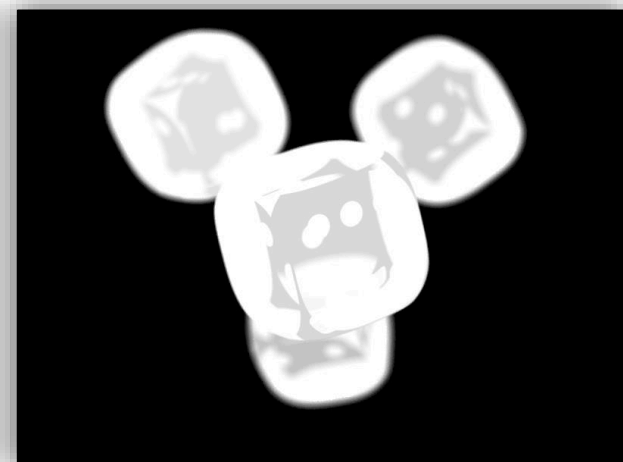
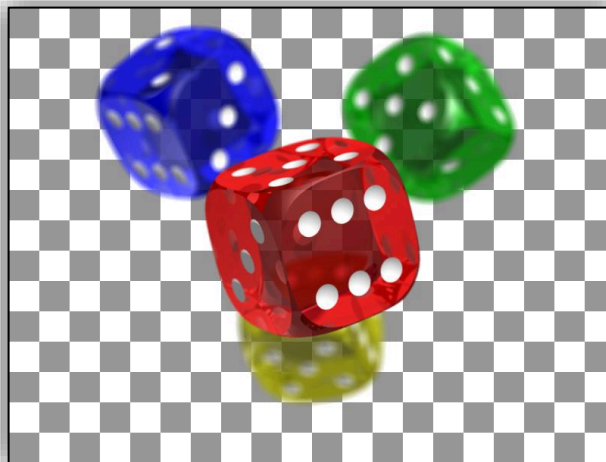
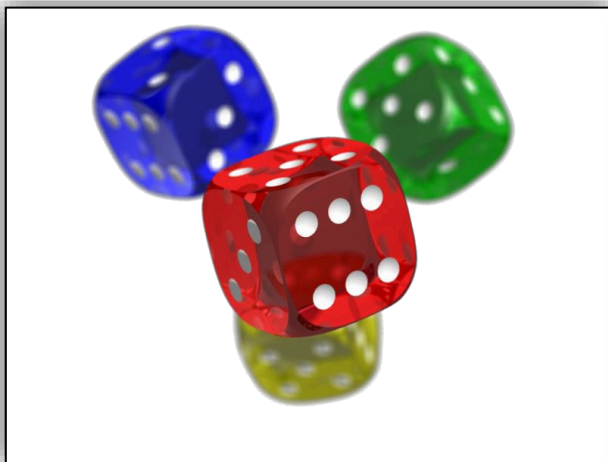
- ▶ **Fundamentals of Computer Graphics**, P. Shirley, S. Marschner, 3rd Edition, AK Peters
→ Kapitel 9 (Signal Processing)
→ Kapitel 11 (Texture Mapping)



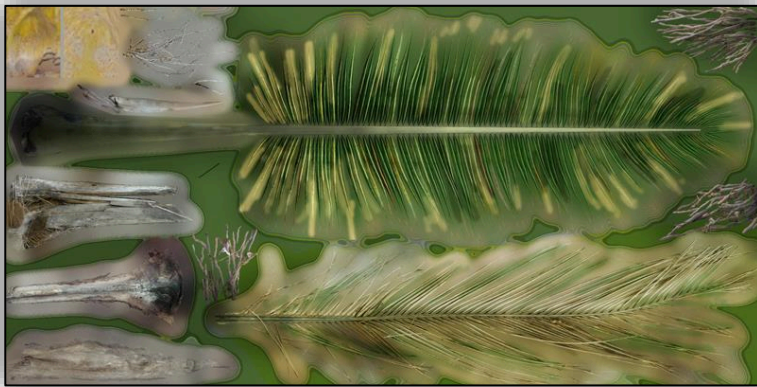
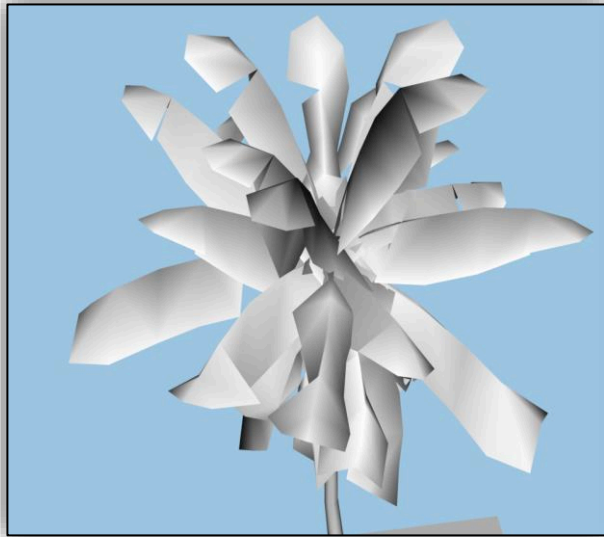
[2]

Transparenz und Alpha-Test

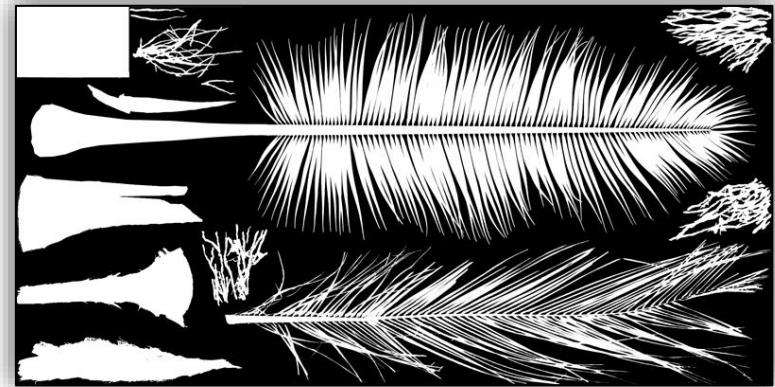
- ▶ Rasterbilder (und v.a. Texturen) oft mit 4-Kanälen gespeichert, z.B.
 - ▶ 24 Bit Farbinformation und
 - ▶ 8 Bit Alpha-Kanal (α = Opazität, Gegenteil von Transparenz)
 - ▶ RGBA-Format häufig bei Texturen



Transparenz und Alpha-Test



24 Bit Farbinformation

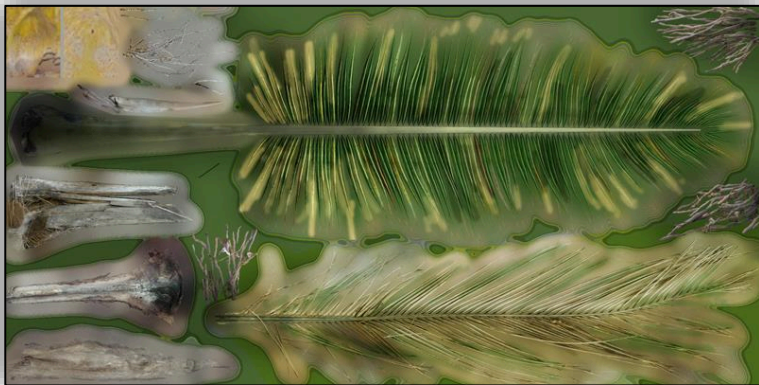


8 Bit Alpha-Kanal
schwarz = transparent

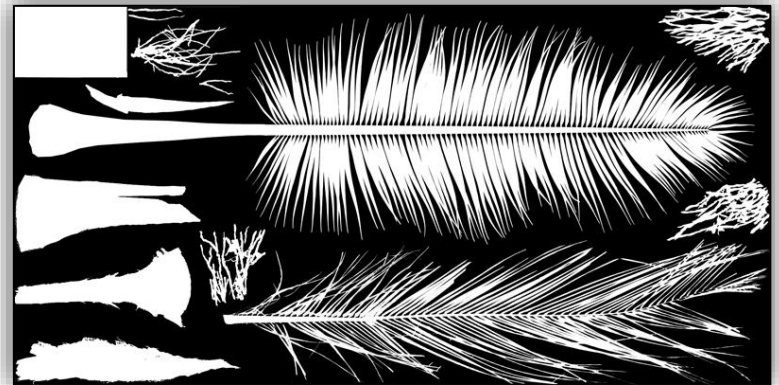
Transparenz und Alpha-Test



- ▶ **(Semi-)Transparenz**: verwende Alpha-Kanal, um die Transparenz (also z.B. k_t im Raytracing) eines Oberflächenpunkts zu bestimmen (Alpha/Opacity **Map**)
- ▶ **Alpha-Test**: verwerfe Objekt-/Schnittpunkt, wenn $\alpha < threshold$ (Alpha/Opacity **Mask**)
- ▶ (Vorgriff: beim Raytracing bereiten transparente Texel in Alpha Maps mit $k_t = 1$ keine Probleme, beim Rasterisieren schon!)



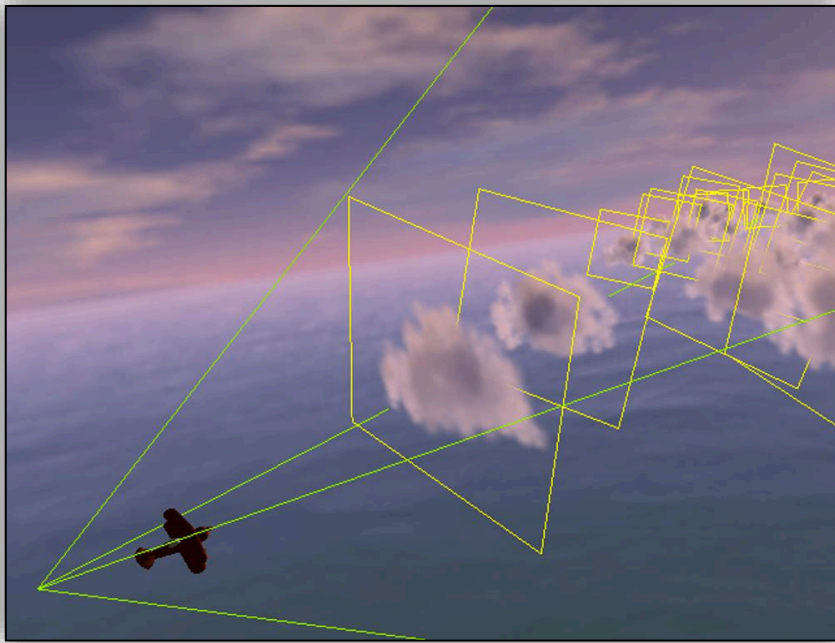
24 Bit Farbinformation



8 Bit Alpha-Kanal
schwarz = transparent

Impostors

- ▶ Impostor: texturiertes i.d.R. senkrecht zur Kamera ausgerichtetes Polygon
- ▶ geeignet insb. für weit entfernte „Objekte“, um die sich der Betrachter nicht (schnell) herumbewegt oder Partikelsysteme (Rauch, Funken, ...)



Mark Harris,
<http://www.markmark.net/clouds/>

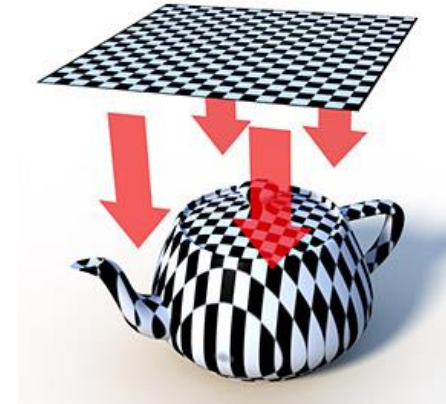


Niniane Wang, <http://niniane.org/clouds/>

3D-Texturen für Oberflächen

▶ Probleme von 2D-Texturen

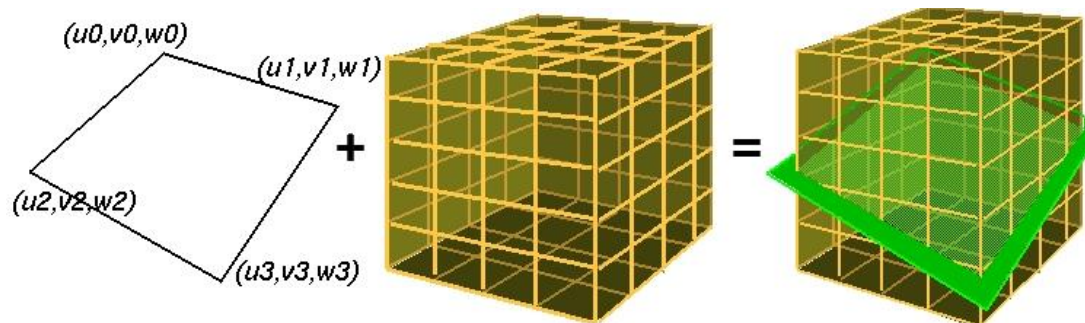
- ▶ manchmal erkennbarer Tapeten-/Furnier-Effekt
- ▶ Bestimmung der Texturkoord. für komplexe Objekte, Verzerrung, Filterung bei Textur-Atlanten...



[9]

▶ Solid-Textures (3D-Texturen)

- ▶ „Herausschneiden einer Skulptur“ durch Zuweisung von 3D-Texturkoordinaten an Vertices
- ▶ Vorteil: Parametrisierungsproblem fällt praktisch weg
- ▶ Nachteil: großer Speicherplatzbedarf der Textur (RGB $512^3 \rightarrow 384\text{MB}$)
- ▶ woher bekommt man eine 3D-Textur? Aufnahme einzelner Schichtbilder?



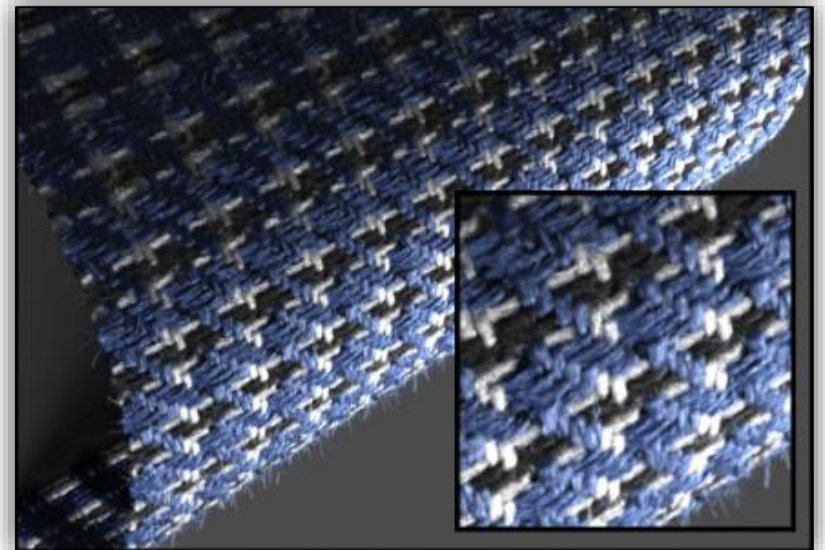
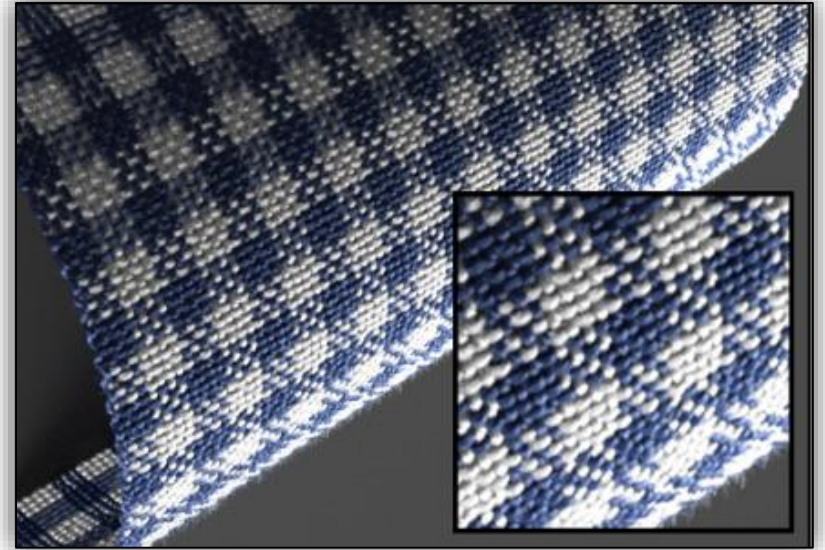
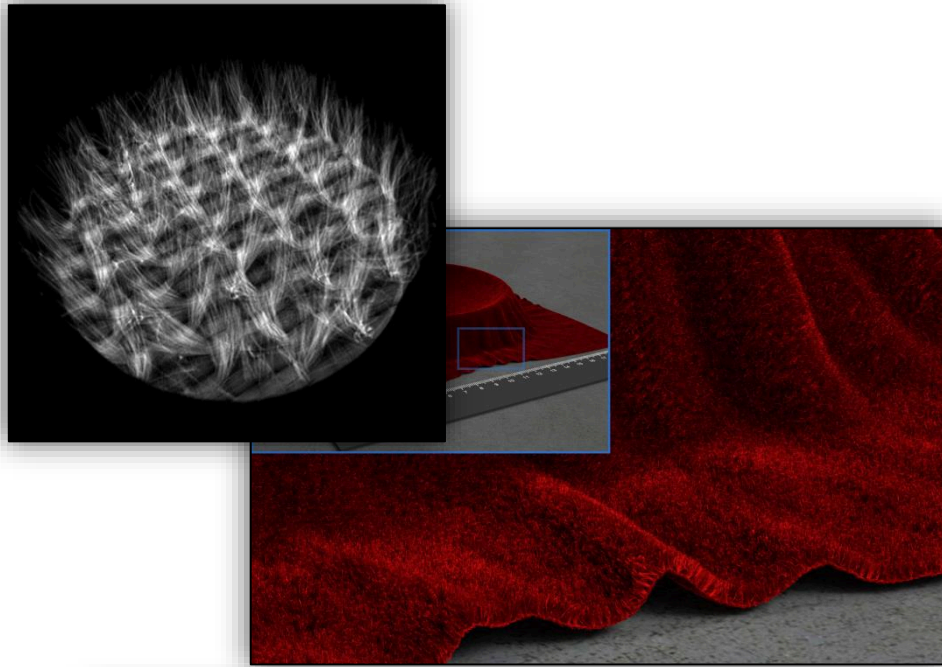
[9]

3D-Texturen

- ▶ Simulation einer Explosion



Akquirierte (Mikro-CT) & prozedurale 3D-Texturen



[25]

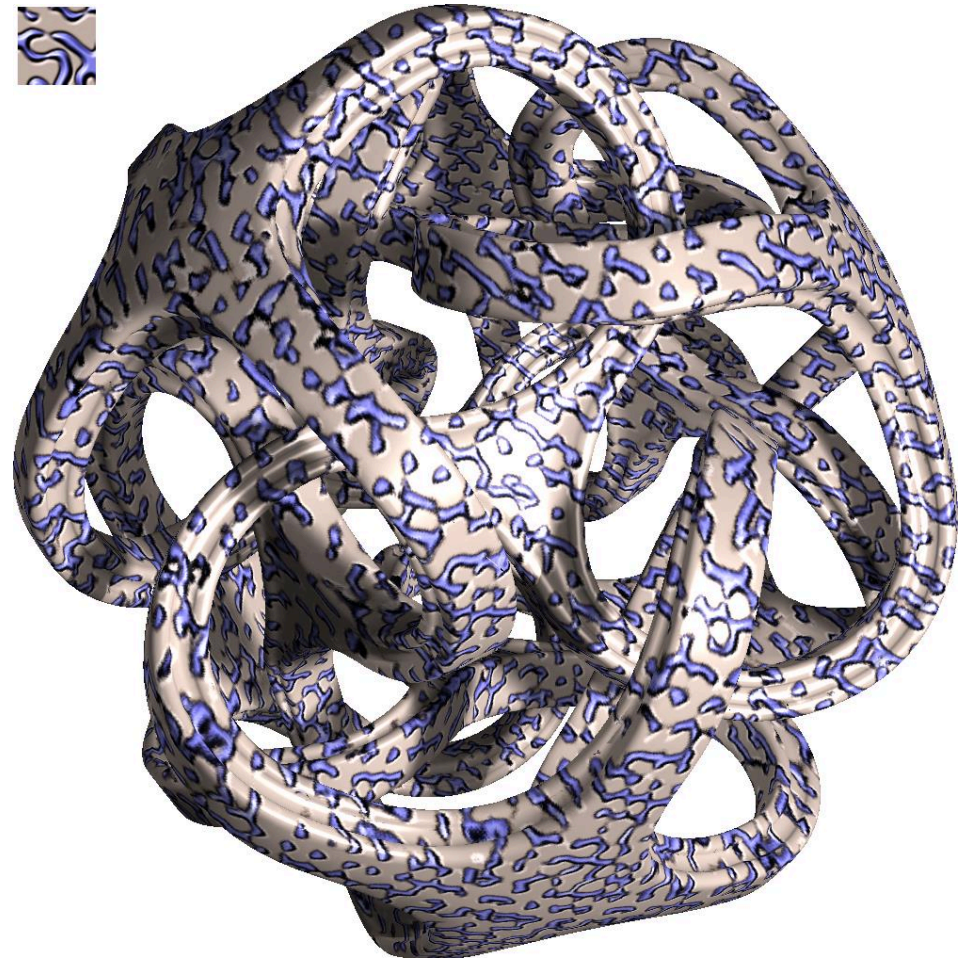
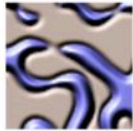
3D-Texturen

- ▶ Prozedurale Wolken aus SIGGRAPH-Kurs „Advances in Real-Time Rendering 2017“



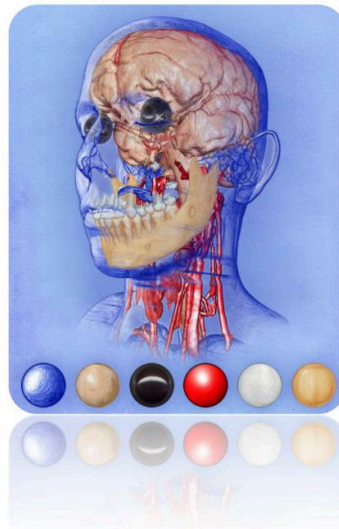
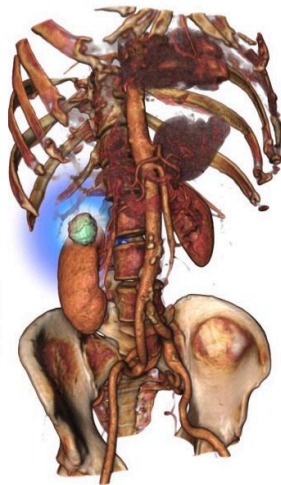
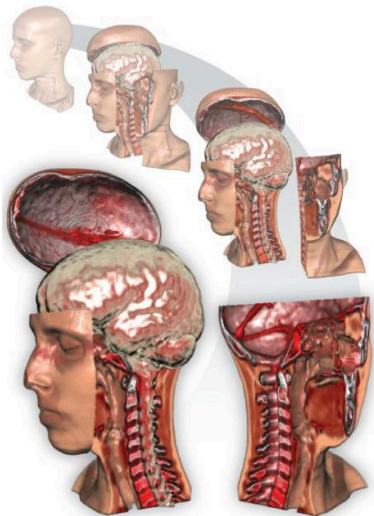
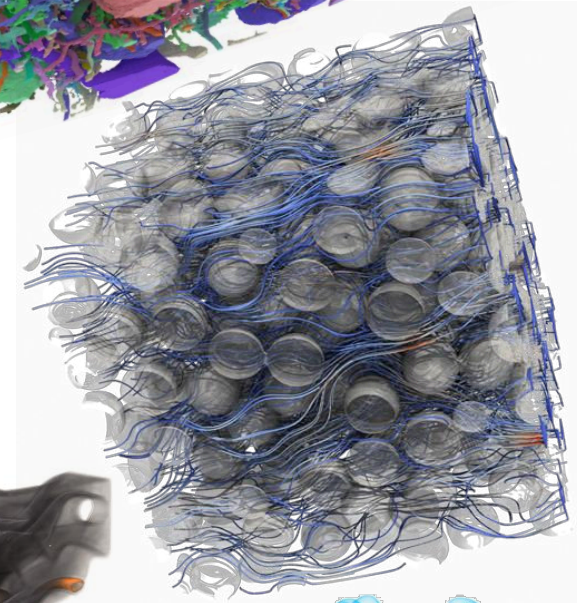
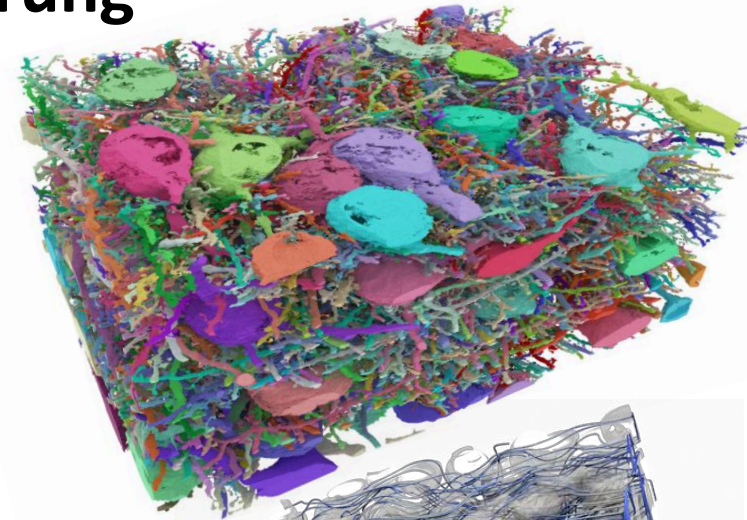
Lazy Solid Textures

- ▶ Verfahren zur Berechnung von 3D Texturen aus 2D Texturen
(<http://www-sop.inria.fr/reves/Basilic/2008/DLTD08/> [27])



3D-Texturen und Volumenvisualisierung

- ▶ ... von Simulations- oder Messdaten
 - ▶ Röntgenabsorption im Körper/Material (Computertomographie), MRTs
 - ▶ Feuchtigkeit in Atmosphäre
 - ▶ Dichteverteilung im Erdinneren
- ▶ Daten oft auf uniformen 3D-Gittern
 - ▶ speichern/verwenden als 3D-Textur
 - ▶ oft zeitabhängig (3D+t)
 - ▶ Millionen bis Milliarden von Zellen (**Voxel**)



Beispiel: Ultra-Thin Section Electron Microscopy



- ▶ Visualisierung neuronaler Verbindungen (links 3 Dendriten/Zellfortsätze und Axone, rechts: Axone eingefärbt)
- ▶ 1mm³ Gehirngewebe entspricht 20000 Slices à 40 Gigapixel, **800 TB**
- ▶ Schichtweise Aufnahme (aufwändige Vorbereitung der Probe, gefolgt von Registrierung/Stitching, Auflösung 5nm Pixel, 50nm pro Schicht)

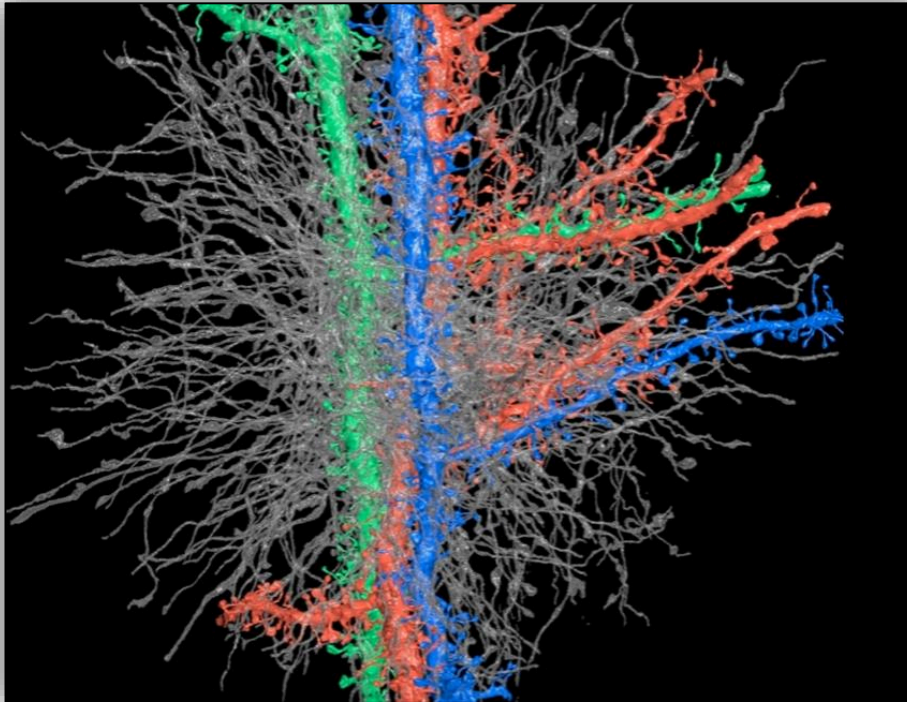
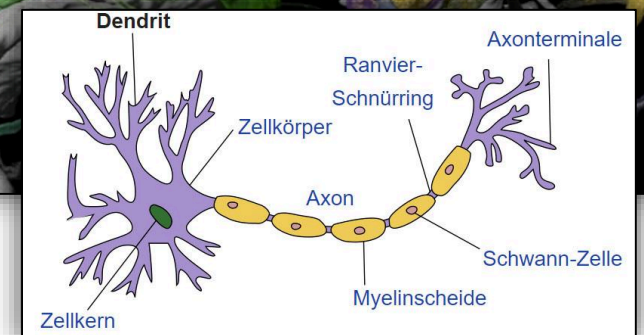
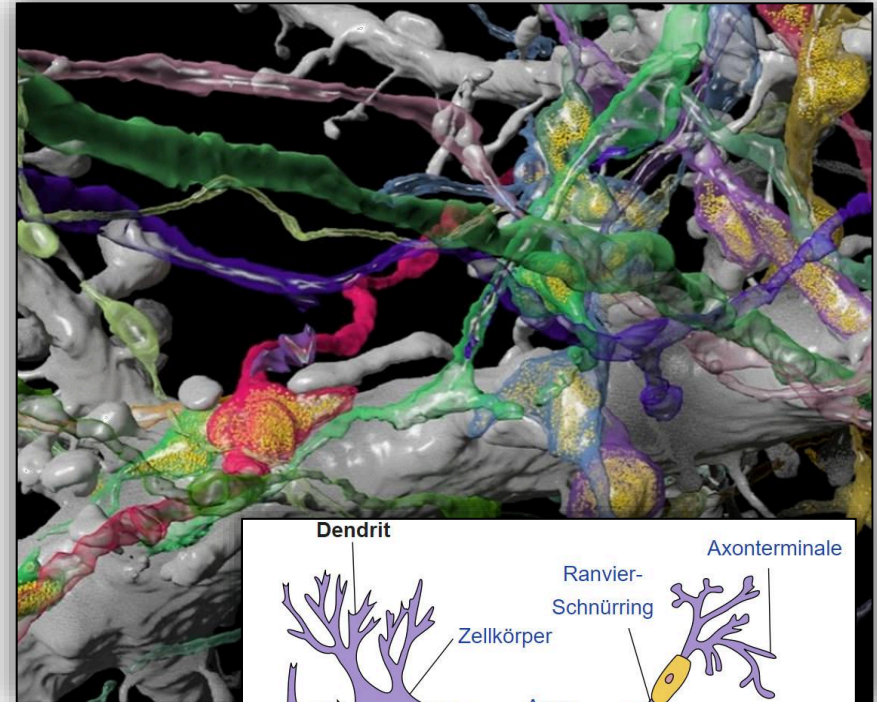


Bild oben: Pfister et al., Visualization in Connectomics, arXiv 2012 [29]

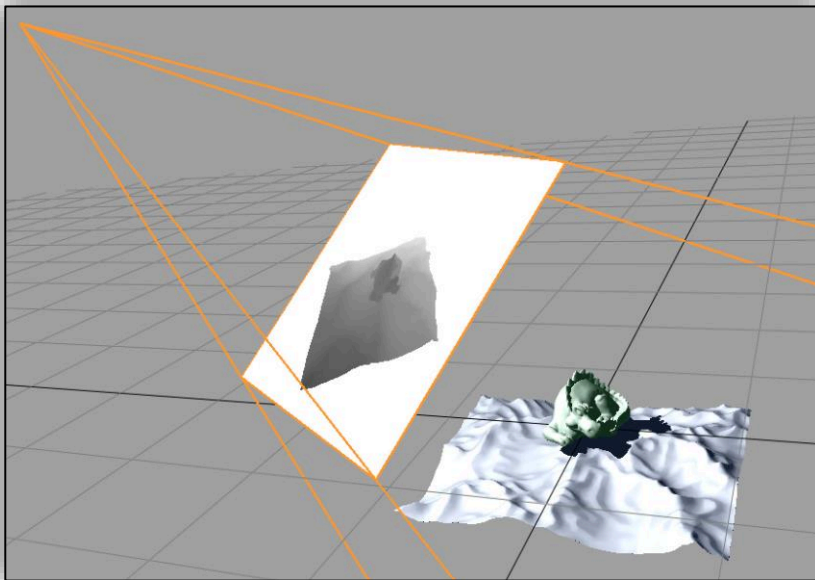
Bild rechts: Wikipedia [30]



Texturabbildungen: Überblick



- ▶ Projektion auf andere Flächen (Kugel, Zylinder, Box, Ebene, ...)
- ▶ Flächenparameter (u, v) (z.B. Bézier-Patch)
- ▶ explizites Festlegen von sog. Texturkoordinaten (s, t, r) (auch (u, v, \dots))
- ▶ Objekt- (x_o, y_o, z_o) oder Weltkoordinaten (x_w, y_w, z_w)
- ▶ Bildschirm- bzw. Kamerakoordinaten (x_s, y_s) (Shadow Maps)
- ▶ Richtungsvektoren $(\mathbf{R}, \mathbf{N}, \dots)$ (Environment Map, Image-based Lighting)
- ▶ Funktion der obigen Parameter (z.B. in „Shadern“=pro Pixel Berechnung)



Motivation

- ▶ Darstellung reflektierender Objekte mit **Spiegelung** (auch realer aufgenommener) Umgebungen *ohne geometrische Repräsentation*
→ (auch geeignet zur) Approximation der Reflexion ohne Raytracing, d.h. ohne einen Reflexionsstrahl wirklich zu verfolgen
- ▶ Grundidee: speichere Bild der Umgebung in einer Textur



¹ Blinn, J. F. and Newell, M. E. Texture and reflection in computer generated images
Communications of the ACM Vol. 19, No. 10 (October 1976), 542-547 [31]

Environment Mapping

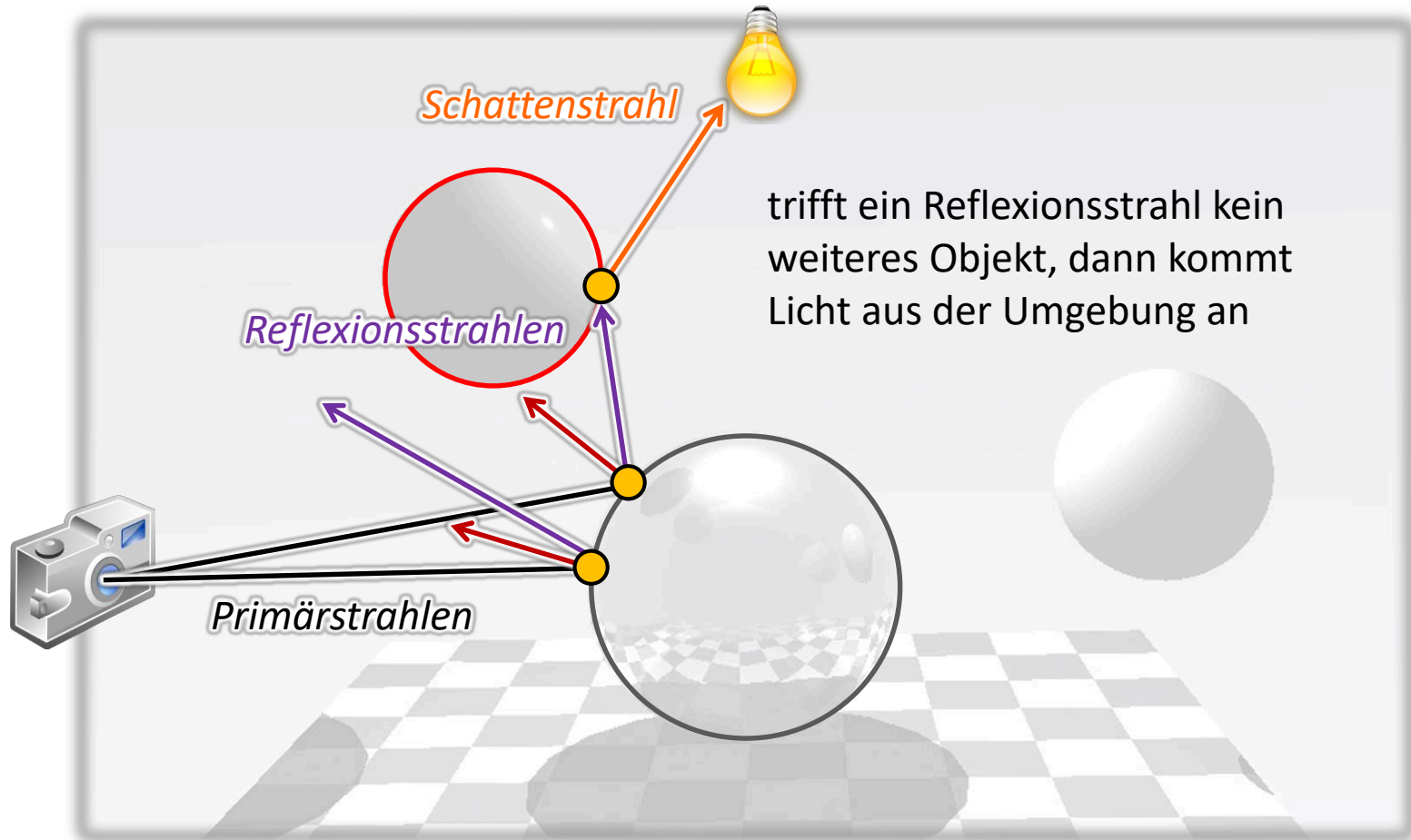
Beispiel

- ▶ ... eine der ersten (kommerziellen) Anwendungen: Terminator 2 (1991)



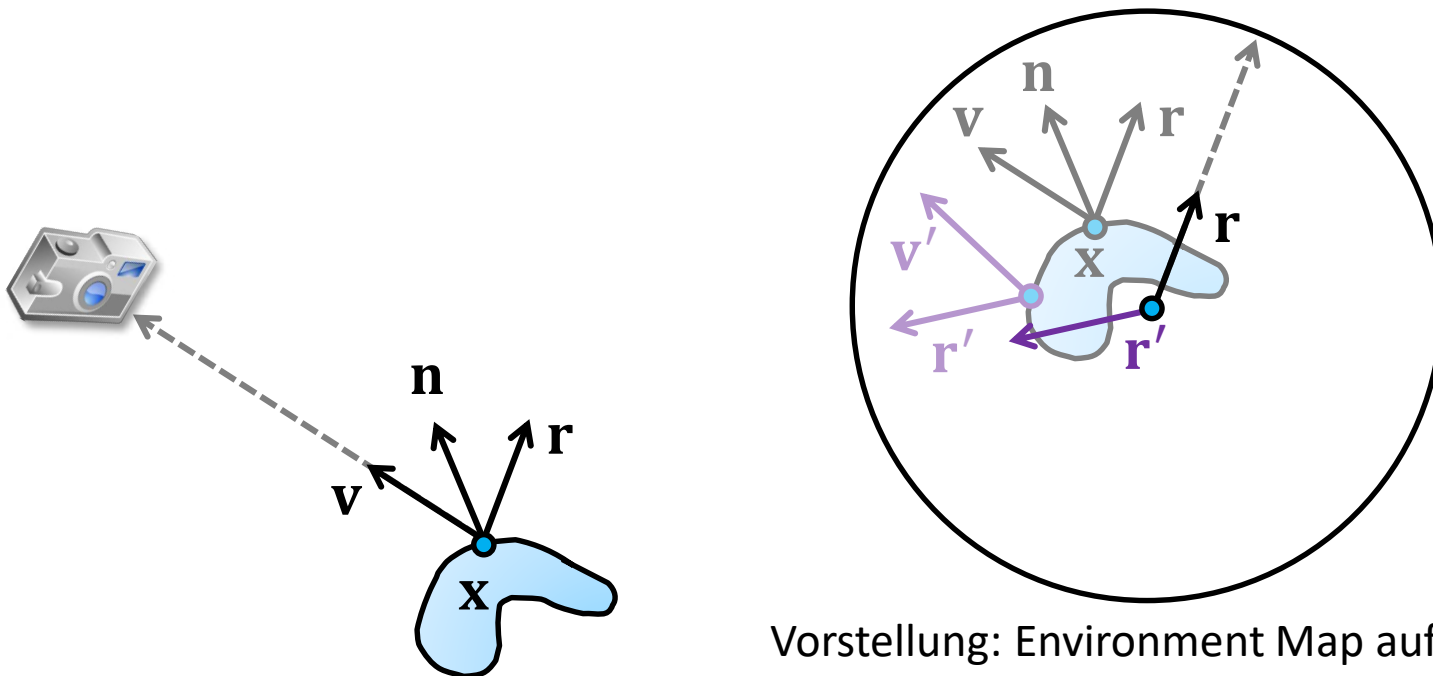
Environment Mapping

- ▶ (Environment Mapping wird auch oft mit Grafik-Hardware eingesetzt)
- ▶ beim Raytracing: trifft ein Strahl kein Objekt, dann wird das ankommende Licht aus der Environment Map ausgelesen



Environment Mapping

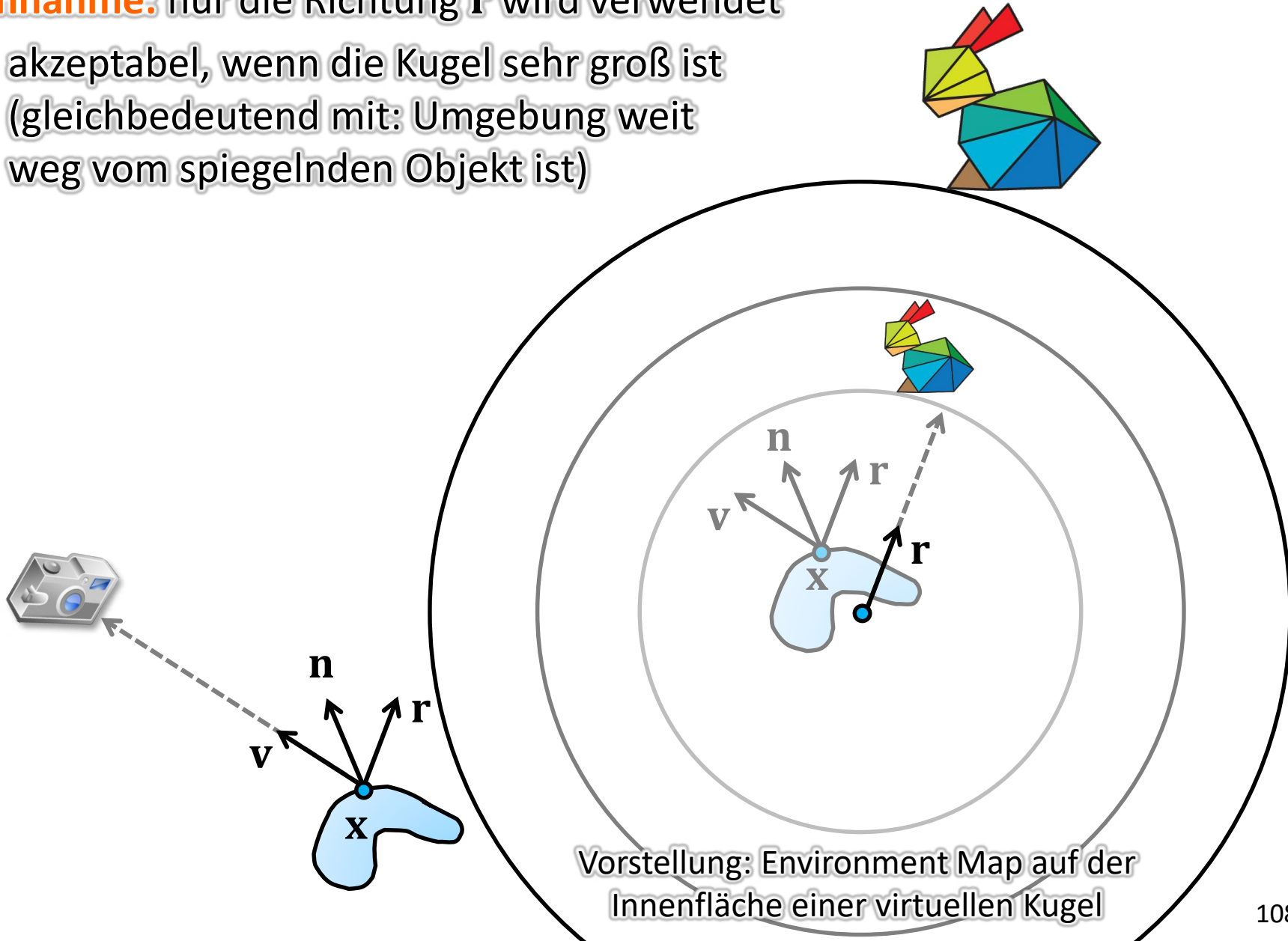
- ▶ eine Environment Map können wir uns zunächst als Textur auf einer virtuellen Kugel um ein Objekt/die Szene vorstellen
- ▶ **grundlegende vereinfachende Annahme:**
nur die Richtung \mathbf{r} des reflektierten Strahls wird beim Environment Mapping verwendet, der Ausgangspunkt \mathbf{x} des Strahls wird ignoriert!



Vorstellung: Environment Map auf der Innenfläche einer virtuellen Kugel

Environment Mapping

- ▶ **Annahme:** nur die Richtung \mathbf{r} wird verwendet
- ▶ akzeptabel, wenn die Kugel sehr groß ist (gleichbedeutend mit: Umgebung weit weg vom spiegelnden Objekt ist)



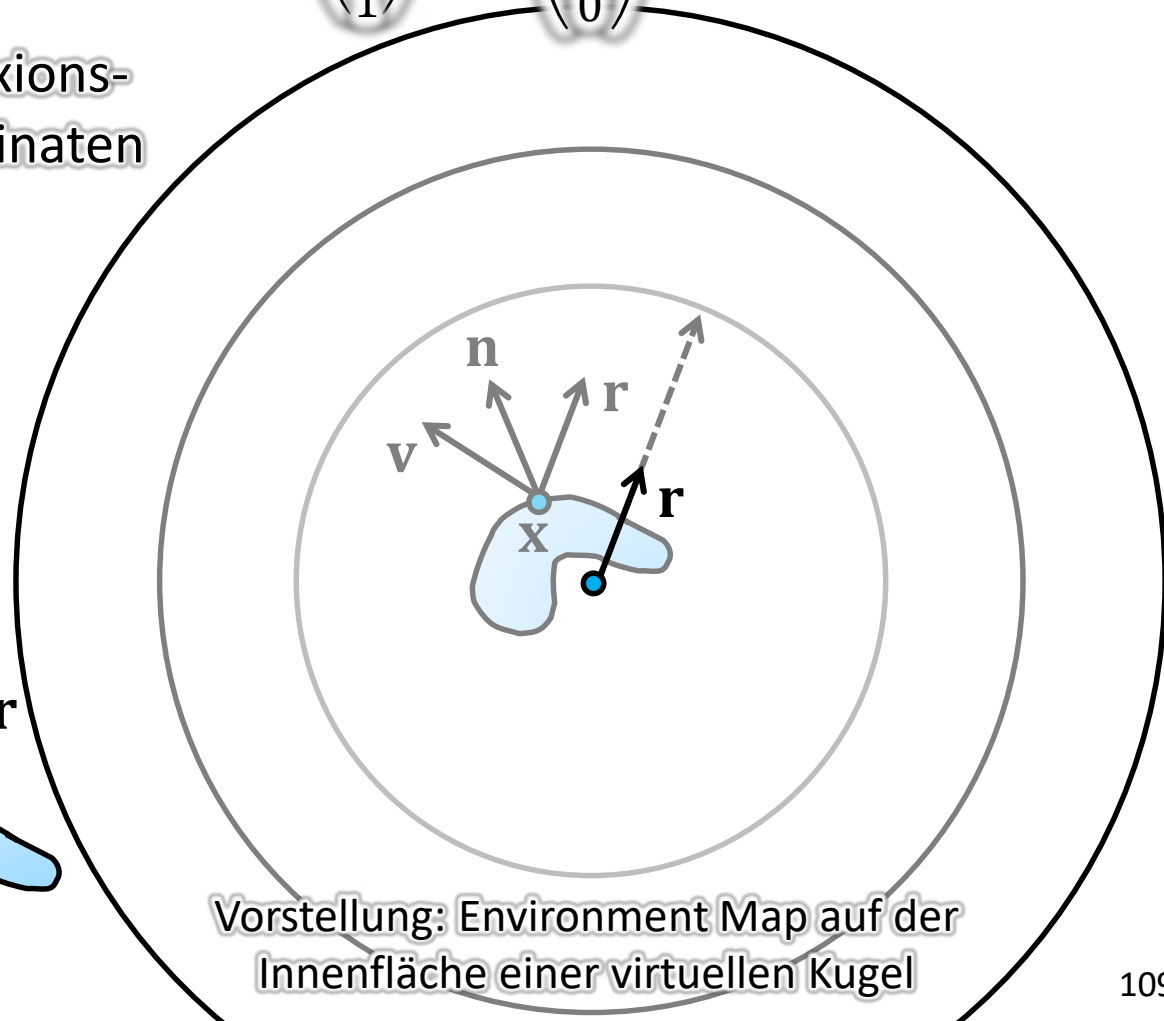
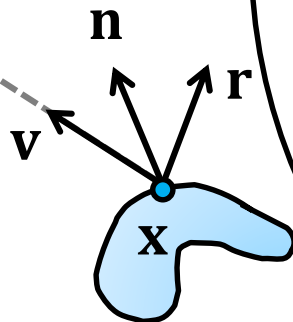
Environment Mapping

▶ **Annahme:** nur die Richtung \mathbf{r} wird verwendet

▶ Umgebung unendlich weit entfernt (homogene Koordinaten) mit $d \rightarrow \infty$:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} + d \cdot \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 0 \end{pmatrix}$$

▶ Zugriff: konvertiere Reflexionsrichtung \mathbf{r} in Texturkoordinaten



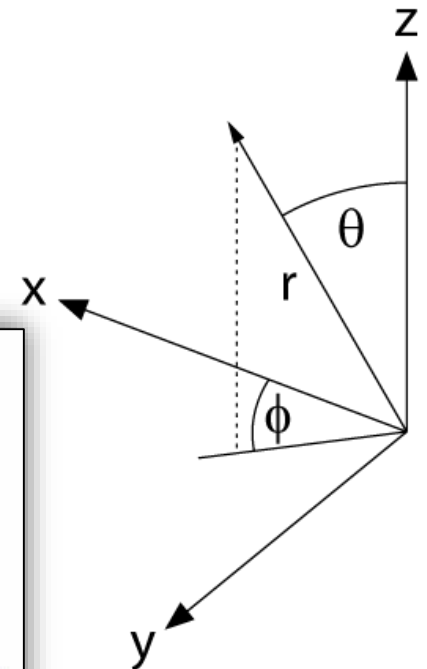
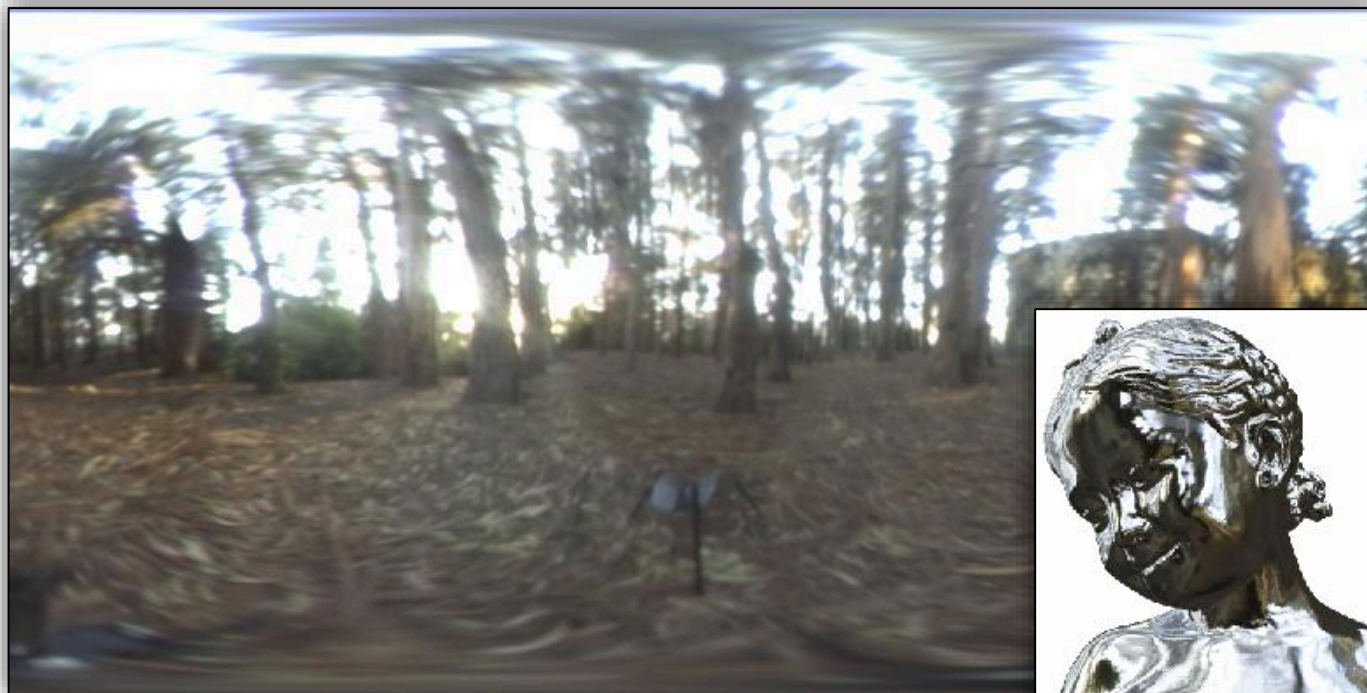
Vorstellung: Environment Map auf der Innenfläche einer virtuellen Kugel

Environment Mapping Parametrisierung



Latitude/Longitude-Maps (Kugel-Parametrisierung)

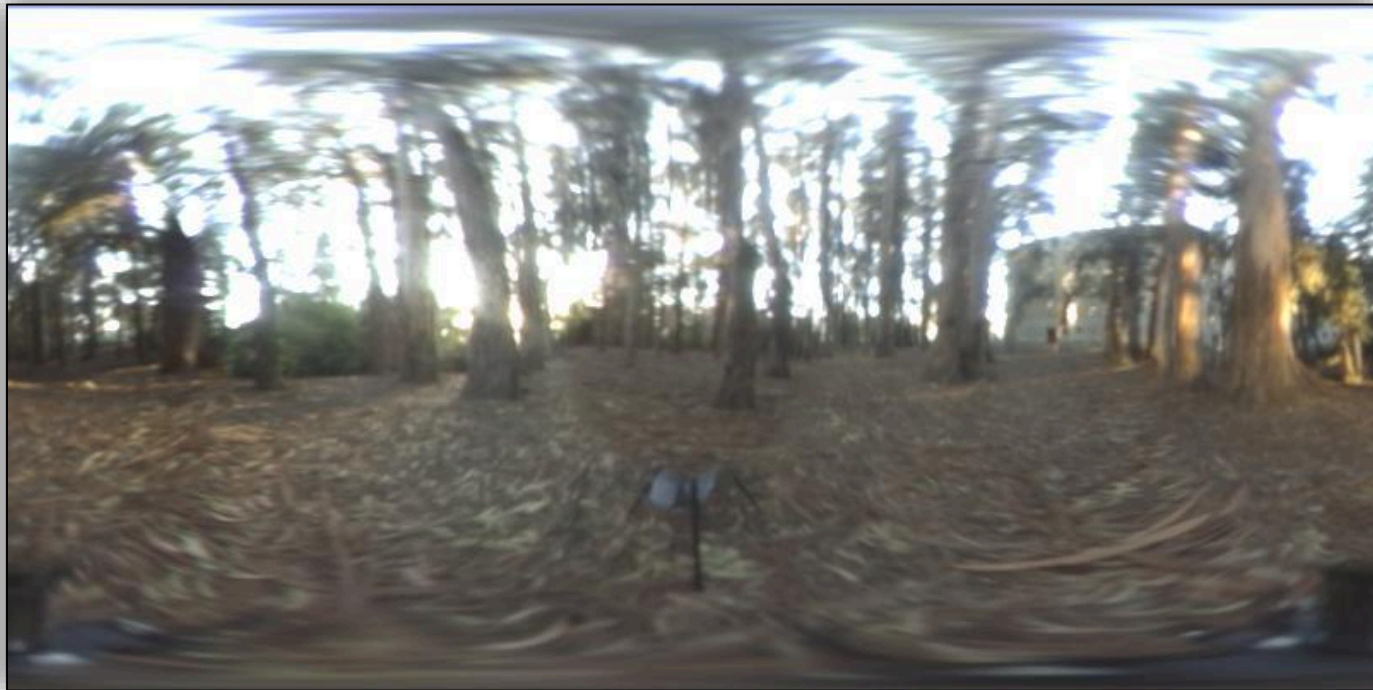
- ▶ Parametrisierung über Polarwinkel $\theta \in [0.. \pi]$ zur z-Achse und Azimuthalwinkel $\phi \in [0.. 2\pi]$
- ▶ Berechnung der Winkel aus Richtungsvektor $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)$ mit $|\mathbf{r}| = 1$
 - ▶ $\theta = \text{acos}(r_z)$ bzw. $\phi = \text{atan2}(r_y, r_x)$, $t = \theta/\pi$ und $s = \phi/2\pi$



Quelle ursprüngliche Environment Map: www.debevec.org [32]

Latitude/Longitude-Maps

- ▶ vergleichsweise „teure“ Berechnung der Texturkoordinaten aus \mathbf{r}
- ▶ sehr ungleichmäßige Abtastung an den Polen: viele Texel für wenige Richtungen (vgl. oberer/untere Rand mit Äquator)



[32]

- ▶ gibt es bessere Parametrisierungen? Welche kann man direkt aufnehmen?

Environment Mapping Parametrisierung

▶ Experimente mit Garten-Dekoration...

(Hintergrund und Bilder: <https://www.pauldebevec.com/ReflectionMapping/>)



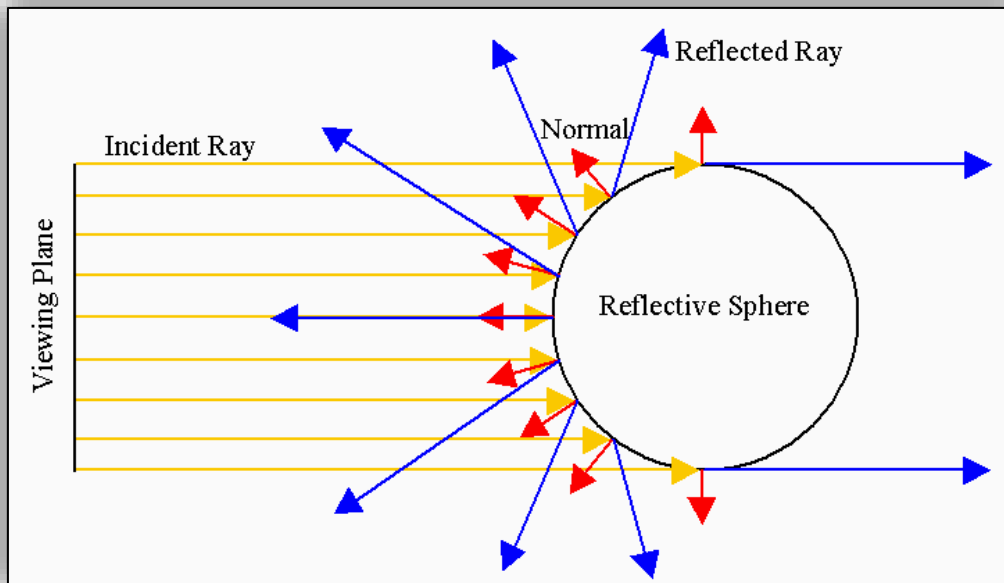
▶ ... etwas kalibrierter ...



Bild:
<https://beforesandafters.com/2021/04/27/~vfx-firsts-what-was-the-first-film-to-use-a-hdri-chrome-ball/>

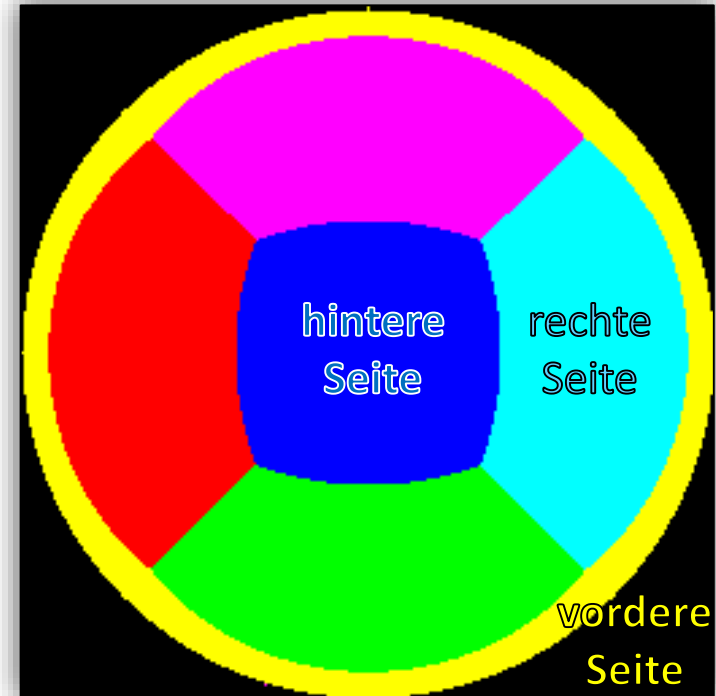
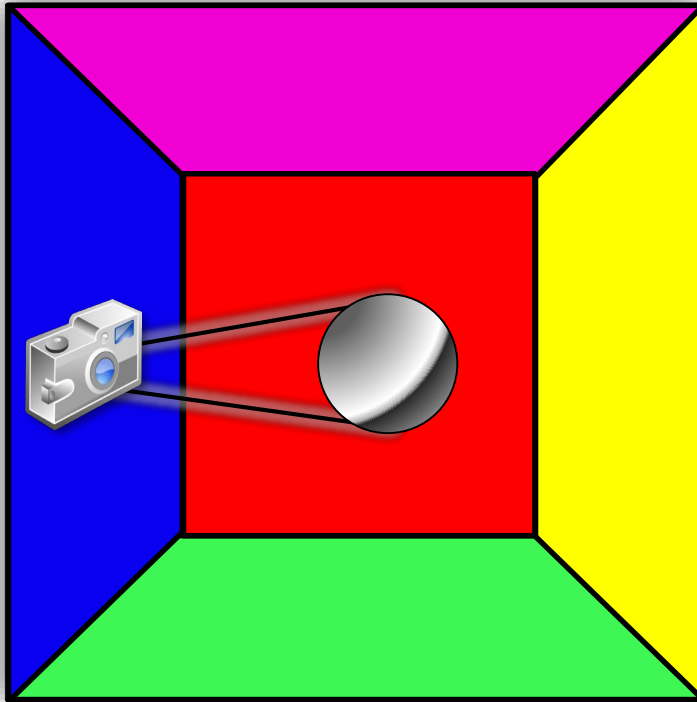
Grundidee Sphere Mapping

- ▶ fotografiere kleine Spiegelkugel (zentriert im Bild) mit einem Teleobjektiv: „Kamerastrahlen“ sind beinahe parallel
- ▶ Bild auf der Spiegelkugel wird zur sog. *Sphere Map*
- ▶ blickpunktabhängig: um die Textur für eine Richtung \mathbf{r} auszulesen, muss man die Aufnahme­richtung \mathbf{v}_0 kennen (d.h. ein \mathbf{v}_0 ist in Weltkoord. festgelegt)



Eigenschaften Sphere Mapping

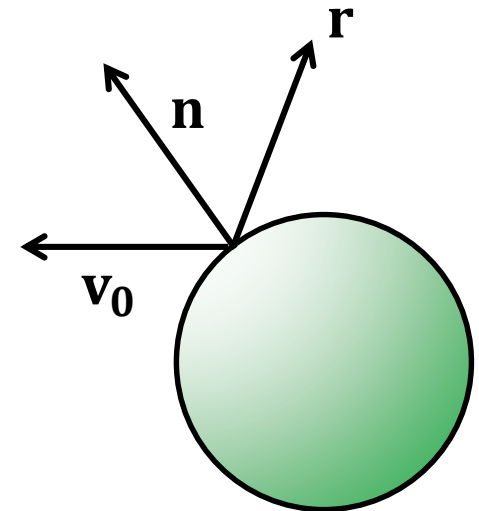
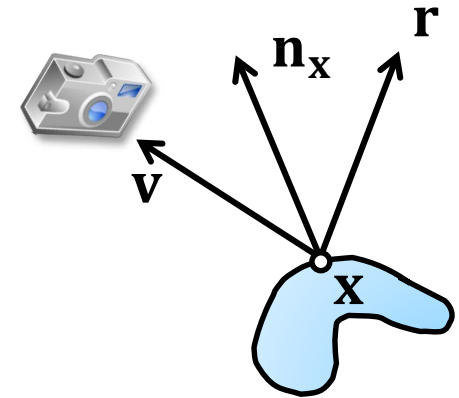
- ▶ Bild einer virtuellen Spiegelkugel in einem bunten Würfel: alle 6 Seiten sind in der Spiegelung zu erkennen



Sphere Mapping

Berechnung der Texturkoordinaten

- ▶ gegeben (Annahme: alle Vektoren normalisiert)
 - ▶ aktuelle Betrachterrichtung \mathbf{v}
(bzw. Richtung wohin das Licht reflektiert wird)
 - ▶ Oberflächennormale \mathbf{n}_x
 - ▶ Reflexionsrichtung \mathbf{r}
 - ▶ Richtung \mathbf{v}_0 aus der die Sphere Map aufgenommen wurde
- ▶ gesucht: an welchem Punkt auf der Spiegelkugel konnten wir die Reflexionsrichtung \mathbf{r} aufnehmen?
- ▶ Beobachtung:
gesucht ist der Punkt, dessen Normale \mathbf{n} mittig zwischen \mathbf{r} und \mathbf{v}_0 liegt
 - ▶ wir haben aus Richtung \mathbf{v}_0 aufgenommen und bei perfekter Spiegelung war die Spiegelungsrichtung \mathbf{r} genau dort zu finden

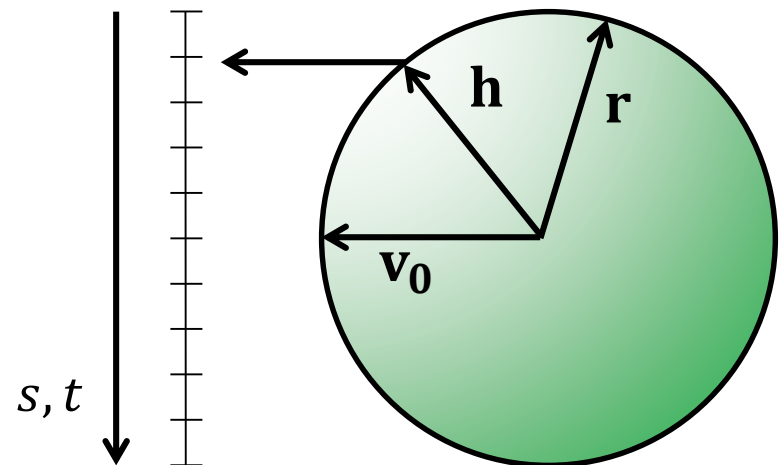


Sphere Mapping



Berechnung der Texturkoordinaten

- ▶ wir suchen also den Punkt auf der Kugeloberfläche, dessen Normale \mathbf{n} mittig zwischen \mathbf{r} und \mathbf{v}_0 liegt, weil $\mathbf{r} = 2(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} - \mathbf{v}$
- ▶ auf der (Einheits-)Kugel gilt: ein Punkt $\mathbf{p} = (x, y, z)$ hat Normale (x, y, z)
- ▶ der sog. Half-Way Vector $\mathbf{h} = (\mathbf{r} + \mathbf{v}_0)/|\mathbf{r} + \mathbf{v}_0|$ liegt genau zw. \mathbf{r} und \mathbf{v}_0
 - ▶ ... ist also die gesuchte Normale \mathbf{n} und gleichzeitig der gesuchte Punkt
- ▶ wir erhalten die Texturkoordinaten durch orthogonale Projektion (hier: weglassen der z-Komponente) und Abbildung auf $[0; 1]^2$ mit
$$s = (h_x + 1)/2$$
$$t = (h_y + 1)/2$$
- ▶ beachte die Abhängigkeit von der Aufnahme­richtung \mathbf{v}_0 in der Berechnung von \mathbf{h}



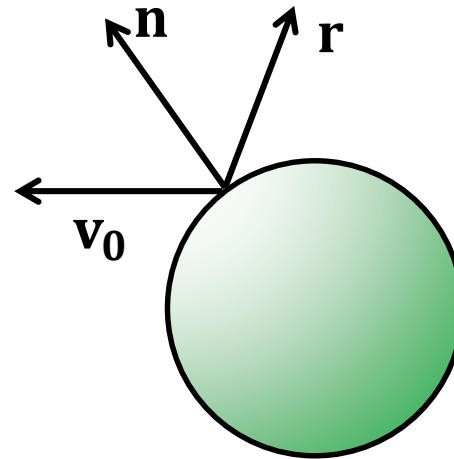
Sphere Mapping

Probleme und Nachteile

- ▶ wieder ungleichmäßige Abtastung, hier an den Rändern
 - ▶ Abtastrate maximal für Richtungen entgegen der Aufnahme­richtung
 - ▶ Singularität in Aufnahme­richtung (am Rand)
 - ▶ ungleiche Abtastung:
deshalb eigentlich nur für Blick­richtungen ähnlich \mathbf{v}_0 akzeptabel/gut

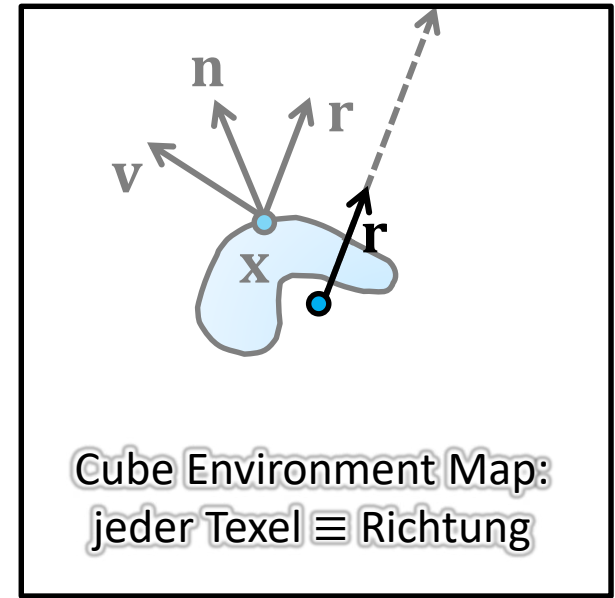
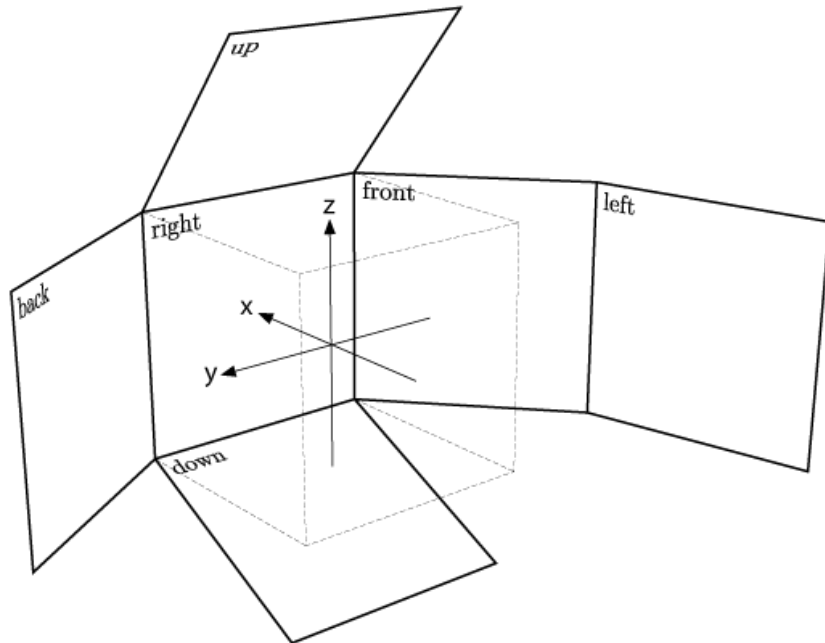


[32]



(Sehr gebräuchliche) Parametrisierung: Cube (Environment) Maps

- ▶ jeder Punkt auf einer Würfeloberfläche entspricht einer Richtung
 - ▶ Cube Map besteht aus $6 \times 2D$ -Texturen
 - ▶ Abbildung/Aufnahme einer Würfelseite: perspektivische Kamera mit FOV 90°
 - ▶ Texturfilterung wie bei Mip-Mapping möglich (aber Ränder beachten)



Cube Environment Maps



Berechnung der Texturkoordinaten

- ▶ gegeben Reflexionsrichtung $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)$ ($|\mathbf{r}| \neq 1$ erlaubt)
- ▶ betragsmäßig größte Komponente von \mathbf{r} wählt Würfelfläche
 - ▶ $|r_x| > |r_y| \wedge |r_x| > |r_z| \Rightarrow$ „right“, wenn $r_x > 0$, „left“ sonst
 - ▶ $|r_y| > |r_x| \wedge |r_y| > |r_z| \Rightarrow$ „back“, wenn $r_y > 0$, „front“ sonst
 - ▶ (das ist eine von verschiedenen möglichen Konventionen)

- ▶ bestimme Schnittpunkt

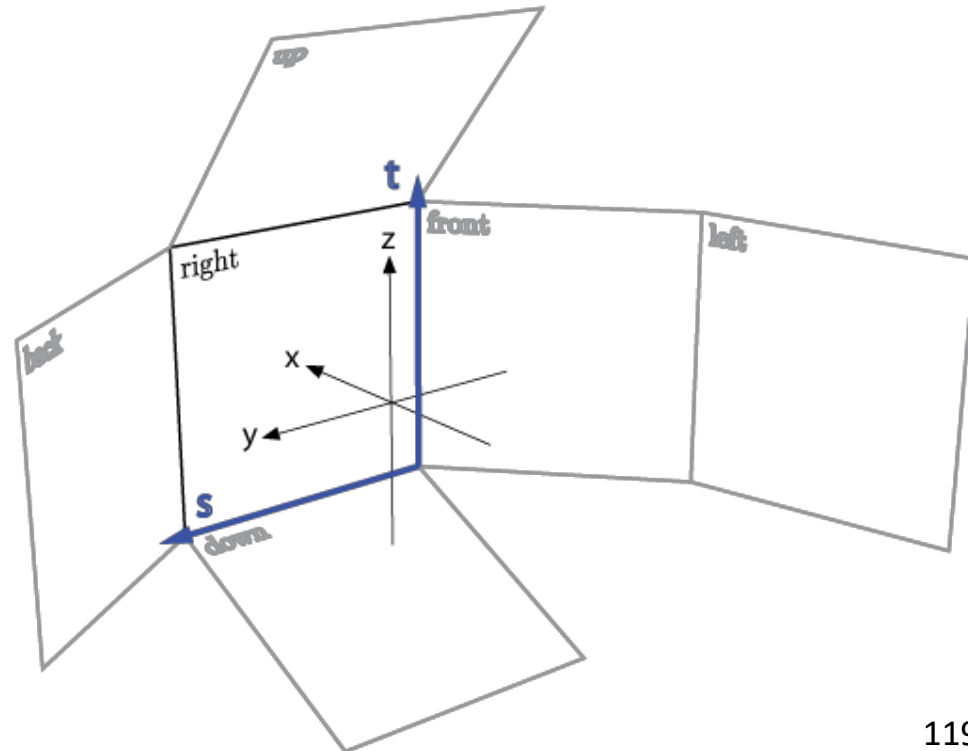
- ▶ Fläche „right“:

- ▶ $s = \frac{r_y}{2r_x} + \frac{1}{2}$ und $t = \frac{r_z}{2r_x} + \frac{1}{2}$

- ▶ Fläche „back“:

- ▶ $s = \frac{r_x}{2r_y} + \frac{1}{2}$ und $t = \frac{r_z}{2r_y} + \frac{1}{2}$

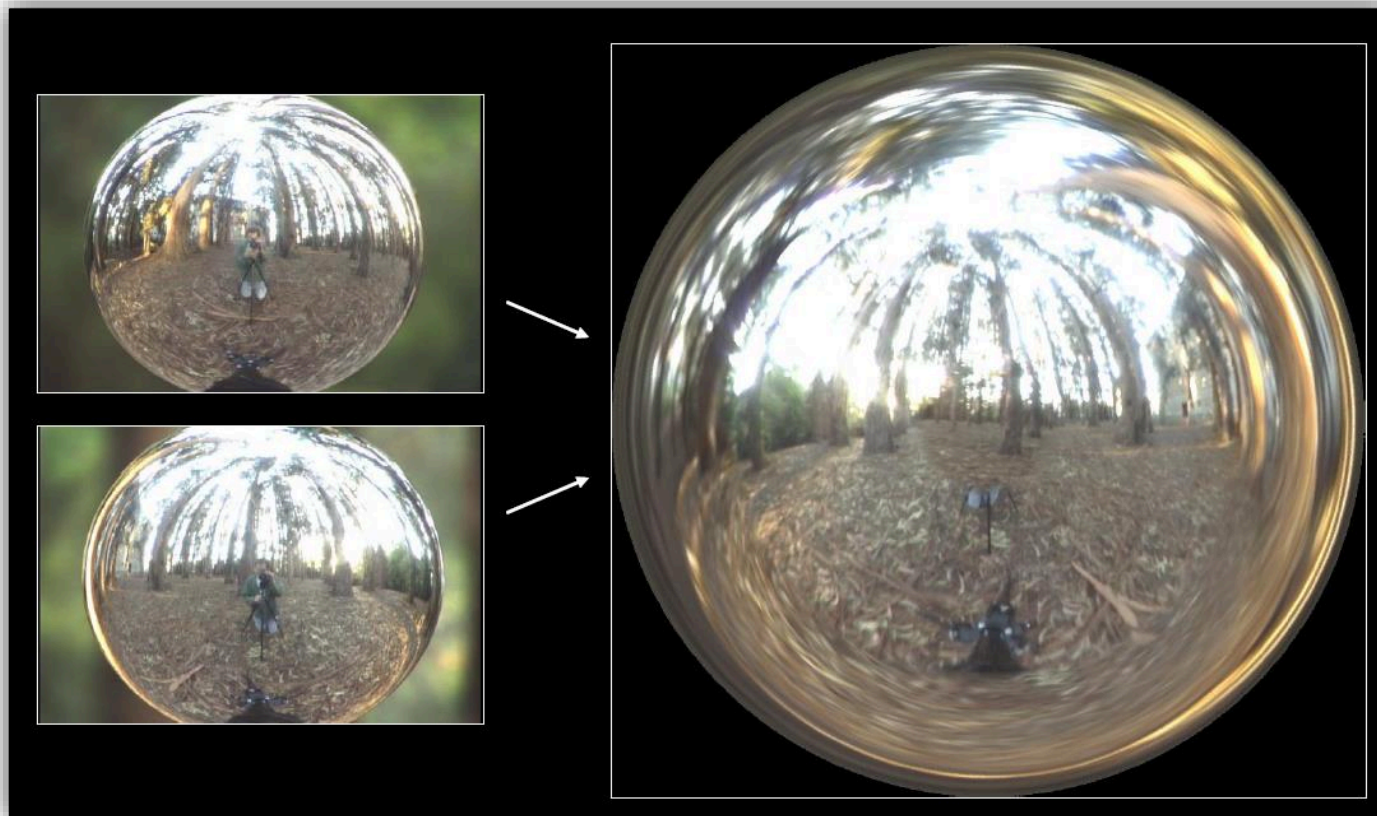
- ▶ ...



Aufnahme von Environment Maps

Aufnahme mit herkömmlichen Kameras

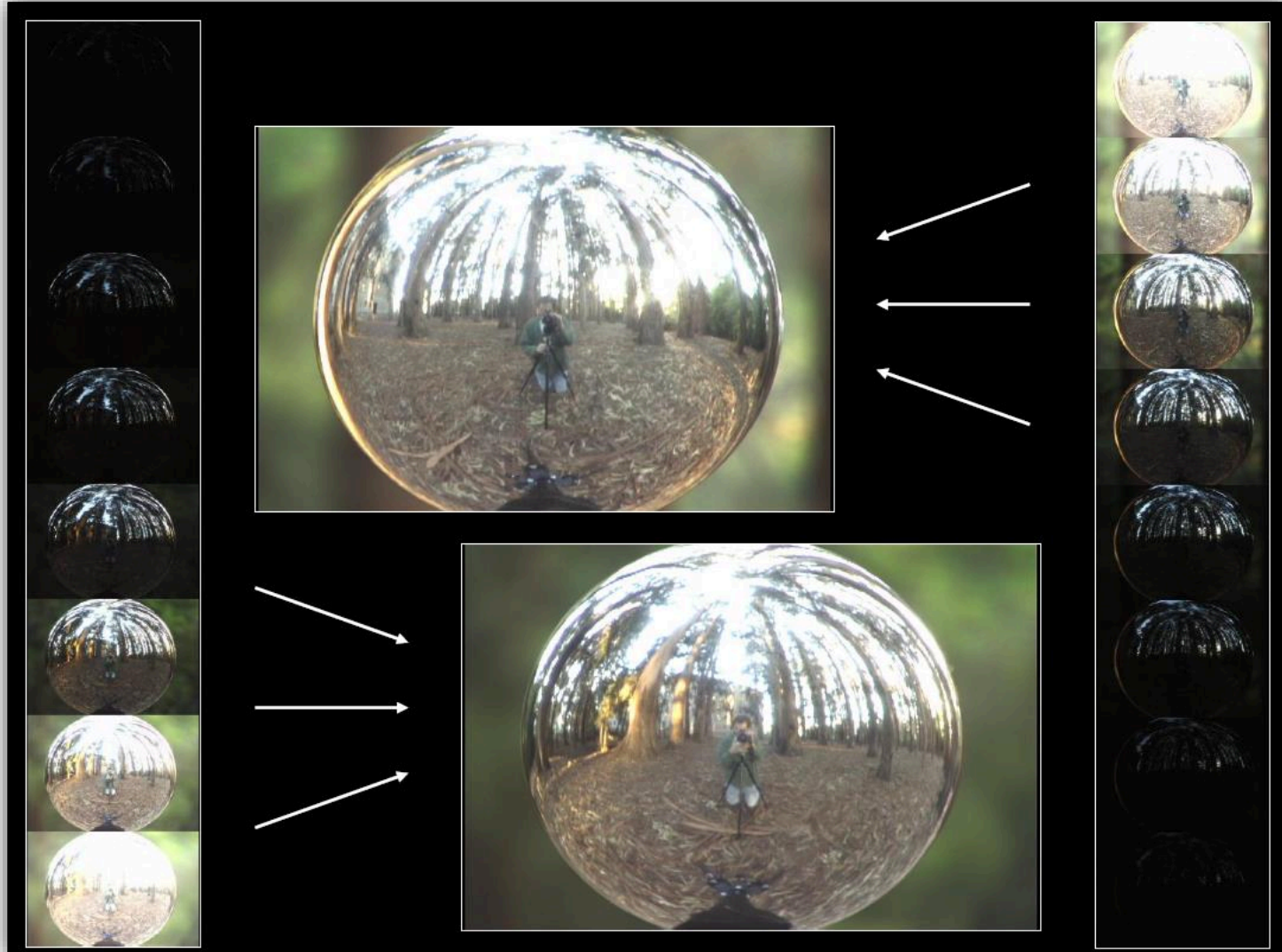
- ▶ in der Praxis: Aufnahme meist mit spiegelnden Chrom-Kugeln
 - ▶ **mehrere Aufnahmen** → löst das Problem der ungleichmäßigen Abtastung, ermöglicht nachträgliches Entfernen des Fotoapparats
 - ▶ Umrechnung in andere Parametrisierungen möglich



Aufnahme von Environment Maps

Aufnahme mit Belichtungsserien (HDR-Fotografie)

► ... zur Rekonstruktion eines größeren Dynamikumfangs



Abtastrate

- ▶ in der Praxis verwendet man Sphere Maps zur Aufnahme, LatLong zur Darstellung und Cube Maps oder sog. Paraboloid Maps für das Rendering
- ▶ Grund: Winkelauflösung in Abhängigkeit von der Abweichung zu \mathbf{v}_0

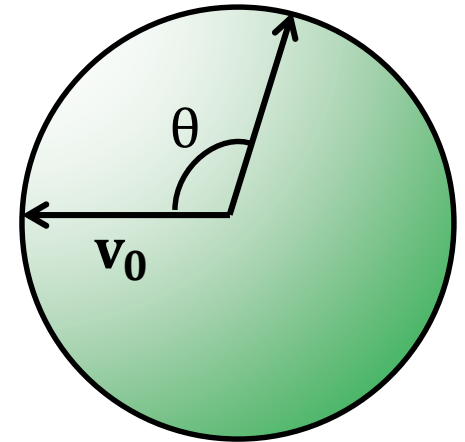
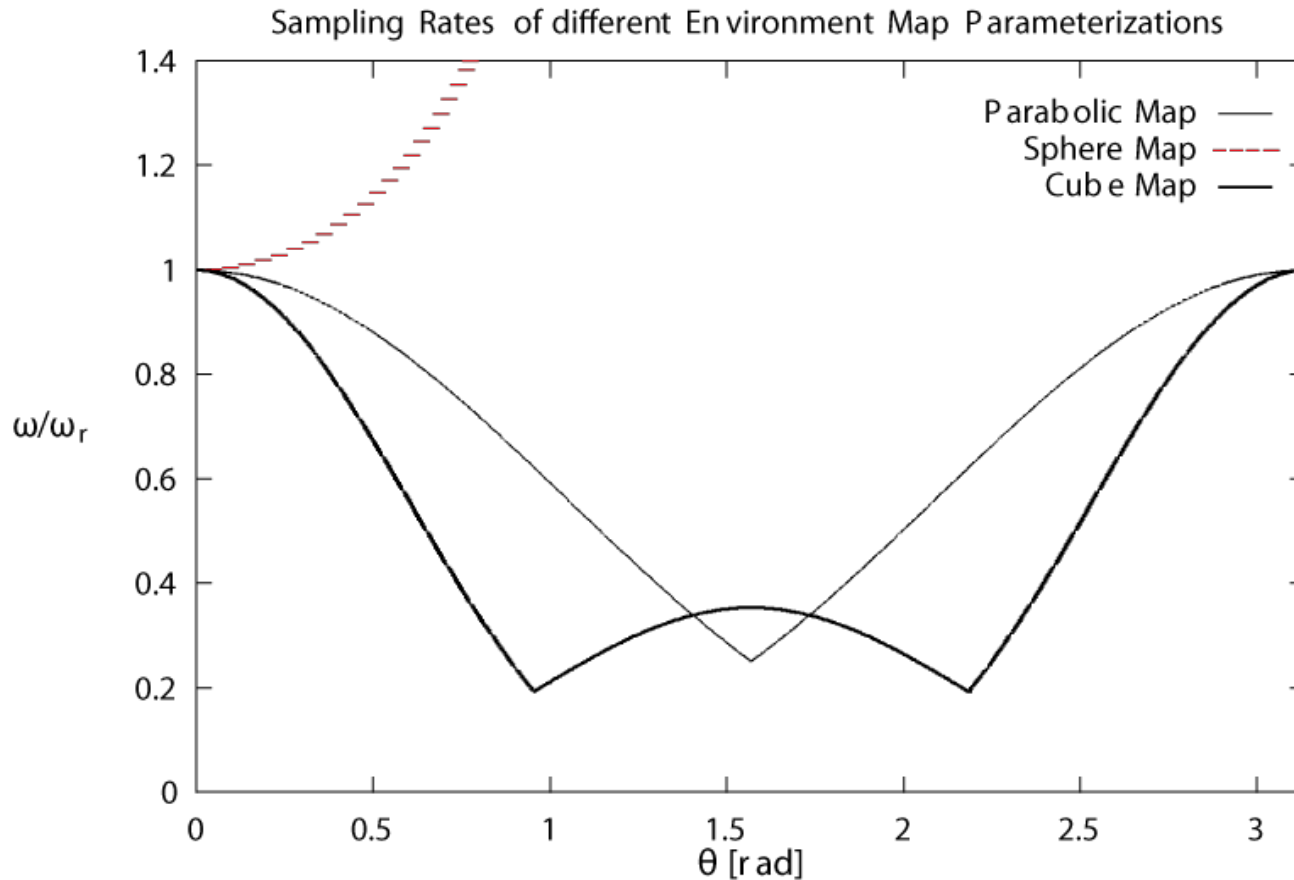
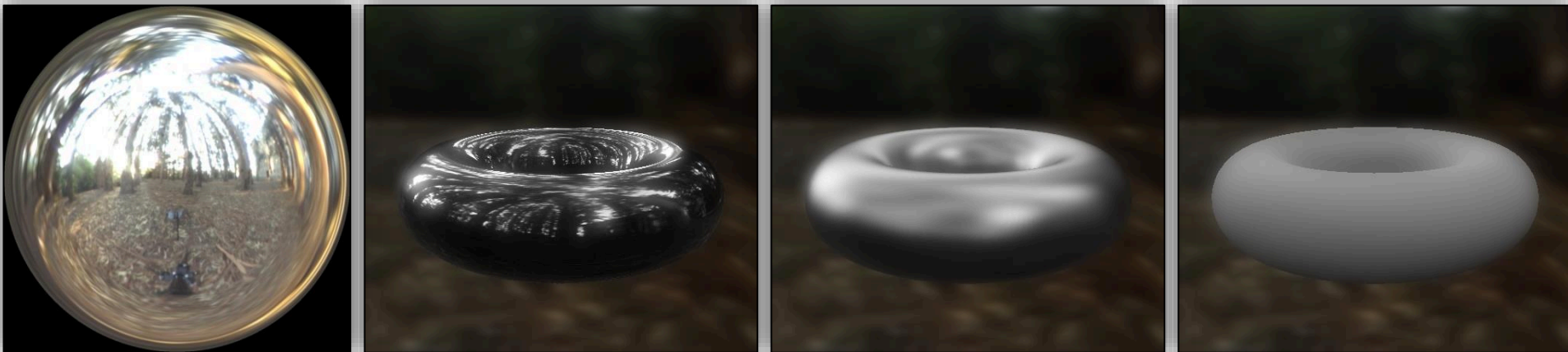


Image-based Lighting: Environment Maps...

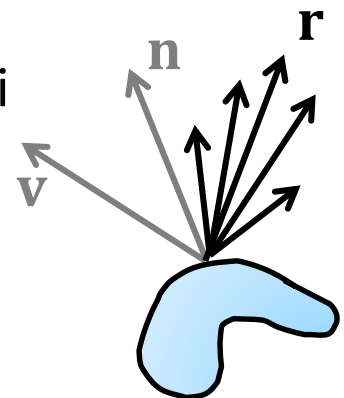
...für imperfekte Spiegelungen und diffuse Beleuchtung

- ▶ allg. verwenden von Beleuchtungsinformation in Texturen/EnvMaps
- ▶ Anwendung in der Vorlesung: Darstellung mit verschiedenen Materialien unter Umgebungsbeleuchtung ohne hohen Aufwand



EnvMap von [32]

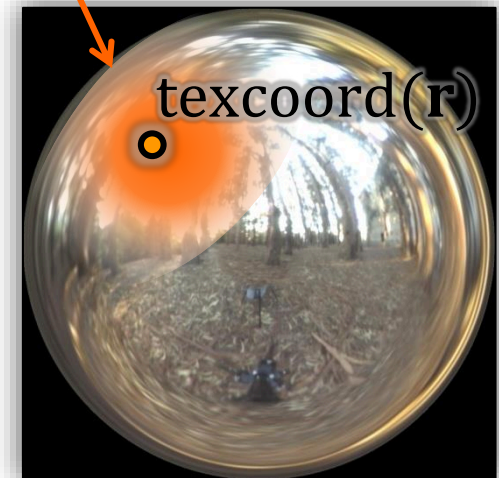
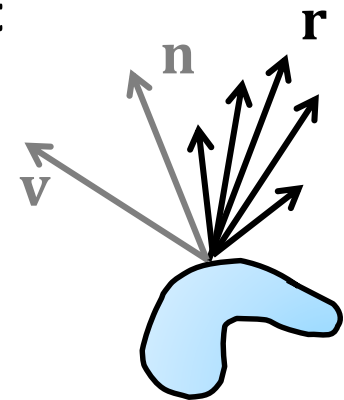
- ▶ Bsp. imperfekte Spiegelung:
 - ▶ i.W. trägt Licht um \mathbf{r} zur Reflexion zum Betrachter bei (Phong-Modell: $I_L \cdot (\mathbf{r} \cdot \mathbf{I})^n$)
 - ▶ mehrfaches Abtasten der Textur (analog zu Distributed Raytracing) ist teuer



Vorfilterung von Environment Maps

Grundidee: Vorfilterung (Prefiltered EnvMaps)

- ▶ Beobachtung: bei imperfekter Spiegelung trägt v.a. Licht aus einem Bereich um \mathbf{r} zum reflektierten Licht bei (z.B. „Kosinuskeule“ $(\mathbf{r} \cdot \mathbf{l})^n$)
- ▶ statt mehrfachem Abtasten wird die Textur **vorgefiltert**
- ▶ einmaliges Auslesen liefert (gewichtete) Summe über einen Winkelbereich
- ▶ beachte:
Größe und Form des „richtigen“ Winkelbereichs (und auch die Gewichtung der Texel) hängt vom Material (BRDF) und der Parametrisierung ab



Vorfilterung von Environment Maps



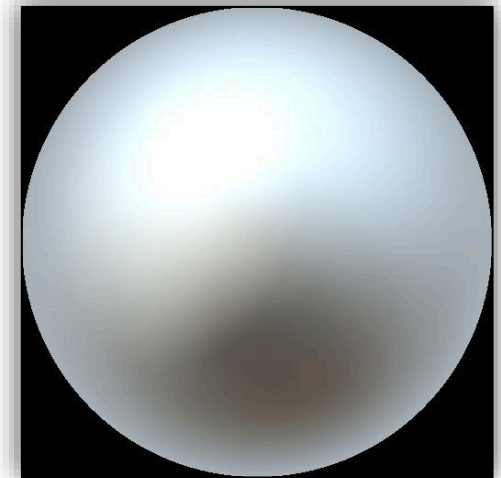
- ▶ eine 2D-Textur kann nur ein 2D-Signal (z.B. eine Richtung) repräsentieren
 - ▶ **Reflexionsrichtung**: imperfekte Reflexion, einfallendes Licht aus Richtungen \mathbf{d} gewichtet analog zu spekularem Phong-Term $(\mathbf{r} \cdot \mathbf{d})^n$
 - ▶ **Normale**: wie viel Licht reflektiert eine diffuse Fläche mit Normale \mathbf{n}
 - ▶ Kombination mehrerer vorgefilterter Texturen möglich/oft verwendet
 - ▶ approx. Vorfilterung mit Summed Area Tables auch on-the-fly möglich



nicht vorgefiltert:
spiegelnde Objekte
(Zugriff mit \mathbf{r})



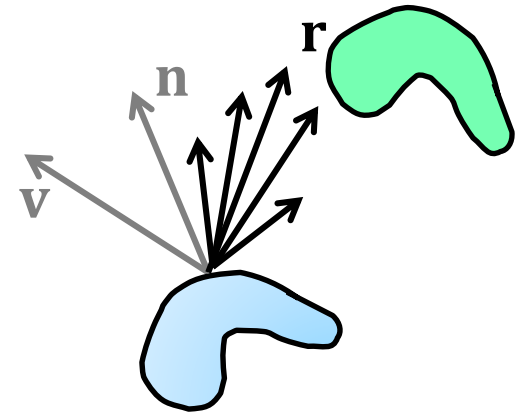
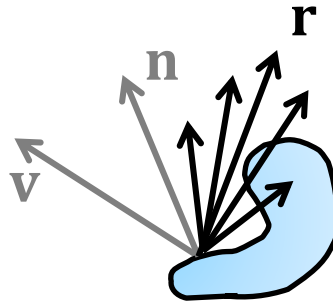
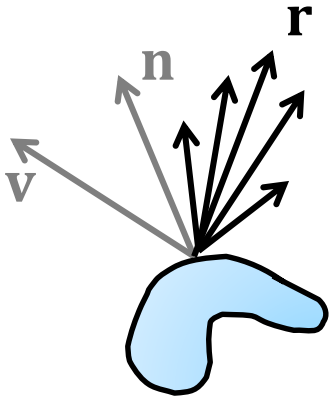
vorgefiltert für
imperfekte Spiegelung
(Zugriff mit \mathbf{r} , für einen
bestimmten Phong-Exp.)



vorgefiltert für
diffuse Reflexion
(Zugriff mit \mathbf{n})

(Selbst-)Verschattung

- ▶ **korrekte Verschattung ist nicht vereinbar mit vorgefilterten EnvMaps**
- ▶ wenn Effizienz wichtig ist, dann wird Verschattung durch das Objekt selbst (oder durch andere Objekte) – wenn überhaupt – nur anhand von einem od. wenigen Schattenstrahlen, z.B. um Richtung \mathbf{r} , entschieden
- ▶ als Notlösung wird oft (vorberechnetes) Ambient Occlusion verwendet



- ▶ mit vereinfachender Annahme in der Form:

$$\frac{2\pi}{N} \sum (L_i(\omega_i) V_x(\omega_i)) \approx \left(\frac{2\pi}{N} \sum L_i(\omega_i) \right) \cdot \left(\frac{2\pi}{N} \sum V_x(\omega_i) \right)$$

- ▶ Sichtbarkeitsfkt. $V_x(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{Strahl } \mathbf{x} + t\omega \text{ trifft Geometrie} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$

Vorfilterung von Environment Maps

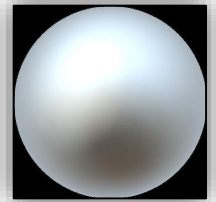


Bsp. Vorfilterung einer Sphere Map für diffuse Beleuchtung

- ▶ verwende die (im Prinzip beliebige EnvMap-)Parametrisierung um Texel \leftrightarrow Richtungen zuzuordnen

- ▶ Eingabe: Funktion $L(\mathbf{r})$ (einfallendes Licht) in einer Textur

- ▶ Ausgabe: in der Beleuchtungstextur wollen wir für Flächen mit **Normalen** \mathbf{n} das diffus reflektierte Licht speichern



- ▶ Hilfsfunktion: Abbildung von (s, t) auf eine Richtung \mathbf{r}

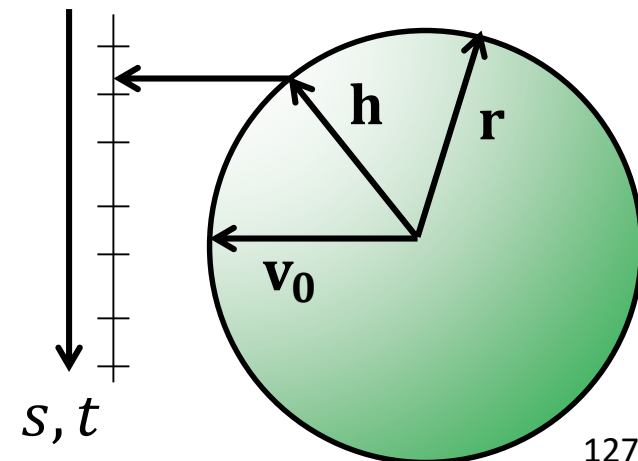
- ▶ auf der folgenden Folie: `vec3 getDirection(float s, float t)`

- ▶ Abb. \mathbf{r} auf Texturkoord.: $s = (h_x + 1)/2$ bzw. $t = (h_y + 1)/2$

- ▶ $\Rightarrow h_x = 2s - 1, h_y = 2t - 1$ und
 $h_z^2 = 1 - h_x^2 - h_y^2$ (mit $\mathbf{v}_0 = (0, 0, -1)^T$)

- ▶ (s, t) entspricht dann \mathbf{v}_0 gespiegelt an $\mathbf{n} = \mathbf{h}$,
also $\mathbf{r} = 2(\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} - \mathbf{v}_0$

mit $\mathbf{n} = \mathbf{h} = (2s - 1, 2t - 1, \sqrt{1 - \dots})$



Vorfilterung von Environment Maps



Prinzip Vorfilterung einer Sphere-Map für diffuse Beleuchtung

```
vec3 sphereMap[ W * H ], prefiltered[ W * H ];
vec3 getDirection( float s, float t ) { ... };

// für alle Orientierungen
// nicht gezeigt: ignorieren ungenutzter Texturbereiche
for ( y = 0; y < H; y++ ) {
  for ( x = 0; x < W; x++ ) {
    float s = x/(float)W, t = y/(float)H;
    vec3 normal = getDirection( s, t );

    // für alle Lichtrichtungen in der EnvMap
    vec3 color = 0.0;
    for ( j = 0; j < H; j++ ) {
      for ( i = 0; i < W; i++ ) {
        float u = i/(float)W, v = j/(float)H;
        vec3 r = getDirection( u, v );

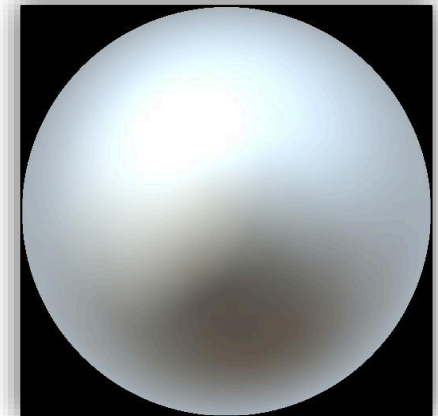
        // Berechnung diffuse Reflexion für r und normal
        color += max( 0.0, dot( r, normal ) ) *
                sphereMap[ i + j * W ];
      }
    }
    prefiltered[ x + y * W ] = color;
  }
}
```

sphereMap



[32]

prefiltered



Das Ergebnis ist so nicht ganz korrekt:
die Abtastung der Lichtrichtungen ist nicht uniform
und dies müsste kompensiert werden (Raumwinkel)

Environment Mapping in Spielen

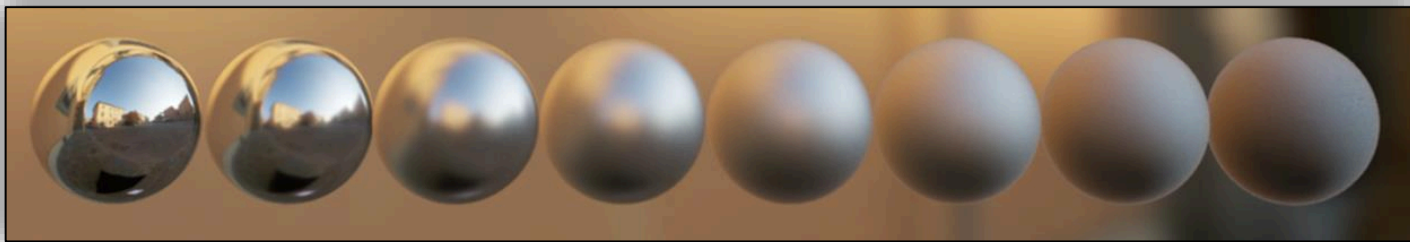
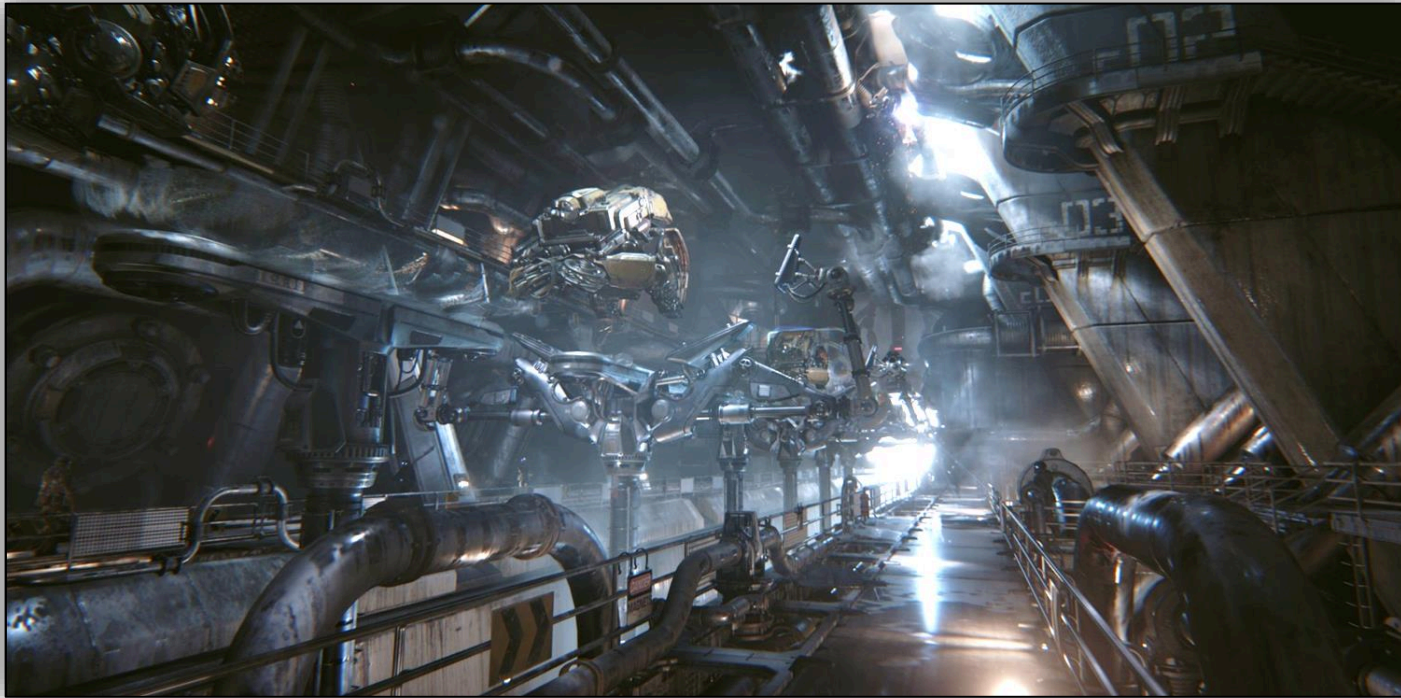
Beispiel aus der Echtzeitgrafik: NBA2k7 – Visual Concepts

- ▶ grobe Approximation: Vorfilterung durch Mip-Mapping statt Faltung



Environment Mapping in Spielen

Beispiel aus Unreal Engine 4 Infiltrator Demo



Details: <http://blog.selfshadow.com/publications/s2013-shading-course/> [35]

Environment Mapping in Spielen

Beispiel aus Unreal Engine 4 Infiltrator Demo



Details: <http://blog.selfshadow.com/publications/s2013-shading-course/> [36]

Precomputed Radiance Transfer

- ▶ Vorbereitung des Lichttransports auf den Oberflächen:
„wie setzt sich das reflektierte Licht aus dem einkommenden zusammen“
- ▶ → Vorlesung Interaktive Computergrafik im Sommersemester



diffus



diffus, verschattet
mit Interreflexion



glossy

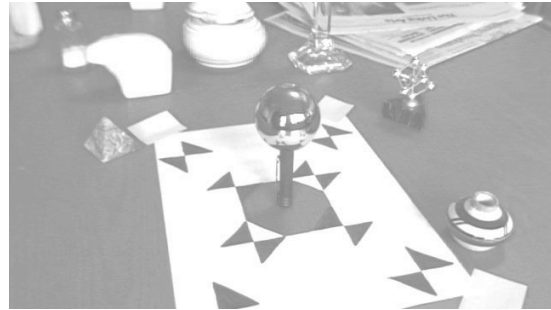


glossy, verschattet
mit Interreflexion

Anwendungen Image-based Lighting



Fotografie



Light Probe und Kalibrierungsmuster



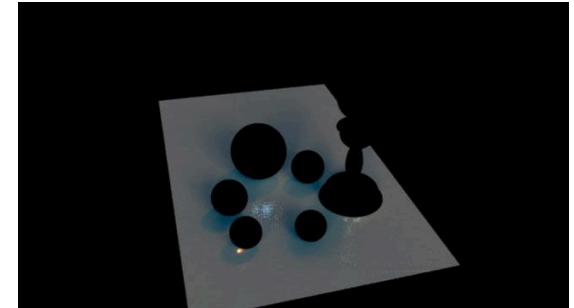
synthetische Objekte + Ebene

—



nur Ebene

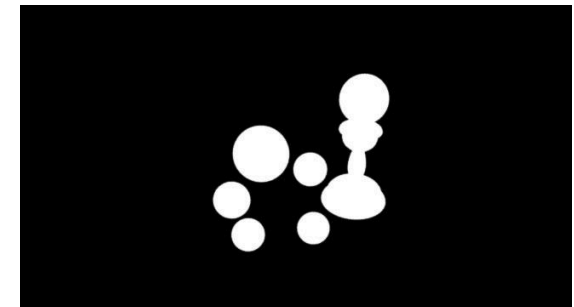
=



Differenz (nur Ebene)



fertiges Bild

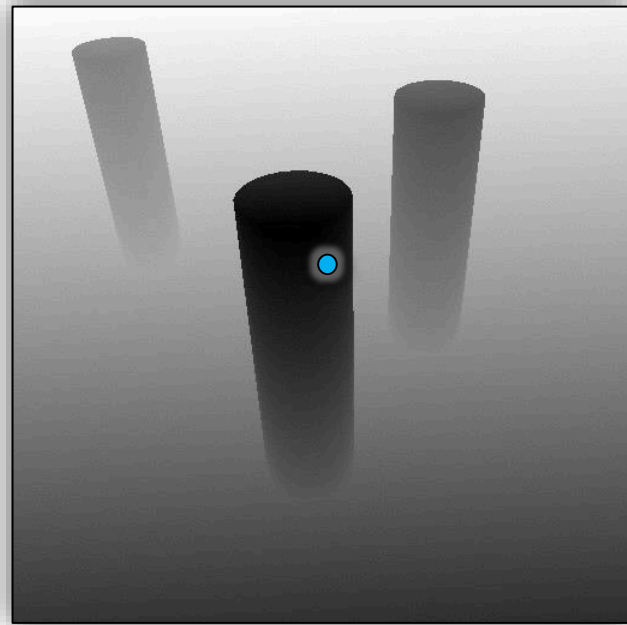


Objektmaske

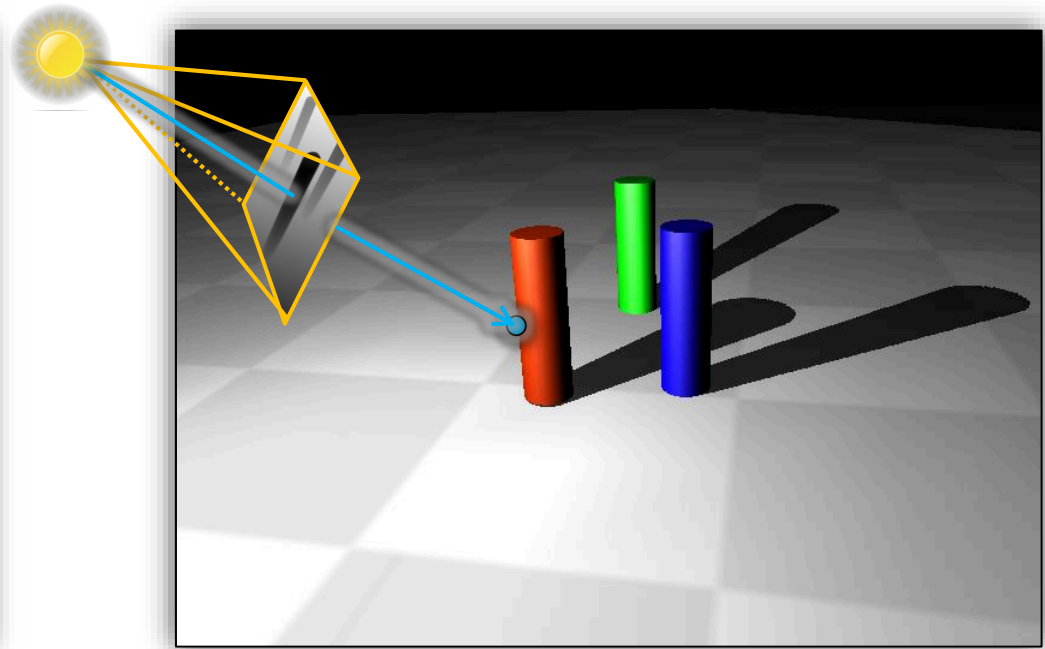
Shadow Mapping (Williams 1978)

Shadow Mapping Grundidee

- ▶ eine Textur speichert – für viele Richtungen – wie weit die Oberflächen von der Lichtquelle entfernt sind
- ▶ → im OpenGL Kapitel...



Shadow Map



Fazit

- ▶ Texture Mapping ist eine fundamentale Technik in der Computergrafik
- ▶ erlaubt Detailreichtum, der mit reiner Geometrie nicht möglich wäre
- ▶ vielseitiger Einsatz
 - ▶ Farb-, Gloss-, Ambient Occlusion-Texturen und Atlanten
 - ▶ Normal und Displacement Mapping
 - ▶ Environment Mapping und Image-Based Lighting
 - ▶ Shadow Mapping
 - ▶ Visualisierung
 - ▶ Lookup-Tabellen für aufwändige Berechnungen (z.B. auch bei vorgefilterten Environment Maps mit aufwändigeren BRDFs)
 - ▶ ...

- ▶ [1] Texture Mapping & Other Fun Stuff MIT EECS 6. 837, Durand Cutler
- ▶ [2] P. Shirley, S. Marschner, 3rd Edition, AK Peters
- ▶ [3] Edward Angel, Dave Shreiner. 2011. Interactive Computer Graphics: A Top-Down Approach With Shader-Based OpenGL. 7th Edition. Pearson
- ▶ [4] Realistic Human Face Rendering for "The Matrix Reloaded", George Borshukov, SIGGRAPH 2003
- ▶ [5] <https://www.textures.com/download/BuildingsBarn0003/12172>
- ▶ [6] Random-access rendering of general vector graphics, D. Nehab und H. Hoppe, SIGGRAPH Asia, 27(5), 2008
- ▶ [7] Rendering Surface Details with Diffusion Curves, Stefan Jeschke, David Cline, Peter Wonka, 2009
- ▶ [8] <https://stackoverflow.com/questions/23583853/lighting-vbo-using-gllightfv-and-glmaterialfv>
- ▶ [9] https://learn.foundry.com/modo/14.2/content/help/pages/shading_lighting/shader_items/projection_type_samples.html
- ▶ [10] <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Sphericalcoordinates.svg>
- ▶ [11] <https://slidetodoc.com/visual-appearance-shading-texture-mapping-course-note-credit/>
- ▶ [12] Fundamentals of Texture Mapping and Image Warping, Paul Heckbert, Master's thesis, UCB/CSD 89/516, CS Division, U.C. Berkeley, June 1989
- ▶ [13] <https://www.heise.de/newsticker/meldung/20-Jahre-Unreal-Tournament-Als-Shooter-Meilenstein-geboren-von-Fortnite-gekillt-4594107.html>
- ▶ [14] <http://http.developer.nvidia.com/GPUGems2/>

- ▶ [15] https://www.wikiwand.com/es/Interpolaci%C3%B3n_multivariable
- ▶ [16] Compressed Random-Access Trees for Spatially Coherent Data, Lefebvre, Hoppe, 2007
- ▶ [17] Improved Alpha-Tested Magnification for Vector Textures and Special Effects, Greene, 2007
- ▶ [18] Texturing & Procedural Methods, Hendrik Lensch, Computer Graphics WS07/08
- ▶ [19] https://education.siggraph.org/static/HyperGraph/mapping/r_wolfe/r_wolfe_mapping_9.htm
- ▶ [20] <http://theempireoflights.blogspot.com/2012/11/>
- ▶ [21] <https://www.gettyimages.de/detail/foto/kolmanskop-ghost-town-lizenzfreies-bild/985903030>
- ▶ [22] <https://unigine.com/>
- ▶ [23] http://manual.reallusion.com/iclone_6/enu/pro_6.0/15_Tessellation_Displacement/Using_Vector_Displacement_Maps.htm
- ▶ [24] <https://www.gamedeveloper.com/programming/hardware-accelerating-art-production>
- ▶ [25] <http://de.wikipedia.org/wiki/Alphakanal>
- ▶ [26] <http://www.klaasniehuis.nl/2011/09/3d-wood-texture-by-jerry-ylilammi-berconmaps/>
- ▶ [27] <http://www-sop.inria.fr/reves/Basilic/2008/DLTD08/>
- ▶ [28] Advances in Real-time Rendering 2015, HORIZON: ZERO DAWN, SIGGRAPH
- ▶ [29] Visualization in Connectomics Hanspeter Pfister, Verena Kaynig, Charl P. Botha, Stefan Bruckner, Vincent J. Dercksen, Hans-Christian Hege, and Jos B.T.M. Roerdink, arXiv 2012
- ▶ [30] <https://de.wikipedia.org/wiki/Nervenzelle>
- ▶ [31] Blinn, J. F. and Newell, M. E. Texture and reflection in computer generated images Communications of the ACM Vol. 19, No. 10 (October 1976), 542-547

- ▶ [32] www.debevec.org
- ▶ [33] https://de.m.wikipedia.org/wiki/Datei:Eglise_icone.svg
- ▶ [34] https://www.cg.tuwien.ac.at/courses/Realtime/slides/11Shading_2016.pdf
- ▶ [35] <http://blog.selfshadow.com/publications/s2013-shading-course/>
- ▶ [36] <http://blog.selfshadow.com/publications/s2013-shading-course/>
- ▶ [37] <https://zhuanlan.zhihu.com/p/92893911>
- ▶ [38] <https://360rumors.com/insta360-pro-2-review/>
- ▶ [39] https://www.uni-koblenz.de/~cg/veranst/ss03/cgseminar_vortraege/EinfuehrungAugment.pdf
- ▶ [40] <https://slideplayer.com/slide/13992546/>
- ▶ [41] <http://romain.vergne.free.fr/teaching/IS/SI05-textures.html>
- ▶ [42] <http://romain.vergne.free.fr/teaching/IS/SI05-textures.html>